



**Titre:** Simulation d'un puits à colonne permanente en milieu fracturé à l'aide de la méthode des ondelettes de Haar

**Auteur:** Tuan Anh Alain Nguyen

**Date:** 2015

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Nguyen, T. A. A. (2015). Simulation d'un puits à colonne permanente en milieu fracturé à l'aide de la méthode des ondelettes de Haar [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1735/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1735/>

**Directeurs de recherche:** Philippe Pasquier, & Denis Marcotte

**Programme:** Génie minéral

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATION D'UN Puits À COLONNE PERMANENTE EN MILIEU FRACTURÉ À  
L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ONDELETTES DE HAAR

TUAN ANH ALAIN NGUYEN  
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE MINÉRAL)  
AVRIL 2015

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

SIMULATION D'UN PUIT À COLONNE PERMANENTE EN MILIEU FRACTURÉ À  
L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ONDELETTES DE HAAR

présentée par : NGUYEN Tuan Anh Alain

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. BERNIER Michel, Ph. D., président

M. PASQUIER Philippe, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. MARCOTTE Denis, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. LAMARCHE Louis, Ph. D., membre

M. MOLSON John, Ph. D, membre externe

## DÉDICACE

*"If you can't explain it simply, you don't understand it well enough."*

*Albert Einstein*

## REMERCIEMENTS

Je tiens avant tout à remercier mon directeur de recherche, le professeur Philippe Pasquier, pour son dévouement et sa grande générosité. Par ses nombreux conseils et son écoute, Philippe a été un excellent mentor et m'a beaucoup aidé à devenir le chercheur que je suis. Je tiens également à le remercier pour la confiance qu'il m'a accordée en tant que chargé de cours.

Je remercie mon co-directeur Denis Marcotte pour l'intérêt manifesté envers mon projet. Son expérience en recherche et ses nombreux conseils m'ont grandement aidé à réaliser ce projet.

Mes remerciements vont également aux membres du jury, les professeurs Michel Bernier, Louis Lamarche et John Molson pour avoir accepté de lire et d'évaluer cette thèse.

Merci à tous les gens de Poly que j'ai côtoyé durant ces années avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir, particulièrement à mes collègues des groupes géothermie, géostatistique et géophysique : Benjamin, Bruno, Claudine, Fanny, Hassan, Martine, Min et Victor. Merci pour toutes ces conversations hétéroclites à parler de tout et de rien, et surtout de n'importe quoi pour remplir les nombreuses heures où la productivité était nulle. Une mention spéciale à Louis. Merci d'avoir été là durant toutes ces années d'études universitaires. Huit ans à étudier ensemble, ce n'est pas rien ! Ton amitié a été grandement appréciée et ton support m'a beaucoup aidé pour passer à travers ce doctorat.

Enfin, merci à ma famille et à mes amis, pour leurs soutiens toutes ces années d'études. Et surtout, merci Laurence pour avoir vécu ces moments avec moi, pour m'avoir encouragé et supporté depuis le début. Merci pour ta compréhension et ta compassion. Je te suis très reconnaissant.

La réalisation de ce projet a été rendue possible grâce à l'octroi de bourses d'études supérieures et d'aides financières octroyées par le Conseil de recherches en sciences naturelles et génie du Canada (CRSNG), le Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT), le Réseau stratégique du CRSNG sur les bâtiments intelligents à consommation énergétique nette nulle et la firme Golder Associées. Sans le soutien financier de ces organisations, la réalisation de ce projet n'aurait pas été possible. Qu'ils soient ici remerciés.

## RÉSUMÉ

La modélisation des systèmes géothermiques à puits à colonne permanente consiste en un problème couplé fortement non-linéaire qui nécessite à la fois la détermination de la réponse thermique et hydraulique d'un milieu géologique soumis à des conditions aux limites variables dans le temps. La modélisation d'un tel système peut être fastidieuse et exigeante en termes de puissance informatique et résulter en un temps de calcul peu pratique. L'objectif général de la thèse est de développer un modèle numérique rapide et efficace d'un PCP intégrant les phénomènes de diffusion-advection de la chaleur et de l'écoulement de l'eau souterraine en milieux géologiques fracturés.

Premièrement, un modèle couplant le transfert de chaleur et l'écoulement des eaux souterraines d'un puits à colonne permanente et son milieu environnant a été développé à l'aide d'un réseau de résistances et de capacités thermiques. Cette approche permet de simuler explicitement les différentes composantes du puits en géométrie axiale à l'aide d'un système d'équations différentielles ordinaires gouvernant le transfert de chaleur par advection-diffusion sur le domaine de calcul. Le modèle permet de simuler l'opération dynamique du système géothermique et intègre un contrôle à trois paliers de la saignée. Pour ce faire, le champ de vitesse de l'eau souterraine est obtenu par l'application de la superposition temporelle de l'équation analytique de Theis. Les pompes à chaleur sont intégrées dans le modèle, permettant de ce fait de tenir compte de l'effet de la température d'entrée d'eau sur sa capacité et son coefficient de performance. Une solution numérique est obtenue à l'aide d'une méthode d'intégration implicite. Ce premier développement a permis de démontrer que la modélisation par résistances et capacités thermiques est en mesure de simuler les mécanismes d'advection et de diffusion de la chaleur et permet de reproduire les résultats d'une solution de référence obtenue par la méthode des éléments finis.

Par la suite, cette même approche a été utilisée de nouveau pour modéliser un puits aménagé dans un milieu géologique comportant une zone de fractures. De la même manière que pour le champ de température, le champ de charge hydraulique en milieu fracturé a été modélisé numériquement en utilisant le concept de résistance hydraulique et d'emménagement. Cette fois-ci, le couplage entre les phénomènes thermiques et hydrauliques est effectué entièrement de façon numérique. Le modèle permet de prédire à la fois la température et la charge hydraulique sur l'ensemble du domaine de calcul. Dans le cadre de ces travaux, il a été démontré via une étude comparative que la présence d'une zone de fractures a un effet

bénéfique significatif sur la performance thermique du système lorsque la saignée est utilisée. Les différences de température entre l'aquifère homogène et fracturé sont particulièrement importantes lorsque le système opère à des débits de saignée typiques. De plus, les solutions obtenues par le modèle développé sont cohérentes avec des solutions de référence numériques.

En troisième lieu, une méthode séquentielle d'intégration basée sur la méthode des ondelettes de Haar a été développée afin d'accélérer l'intégration numérique des modèles de résistances et capacités thermiques. Plus généralement, cette méthode permet de convertir les équations différentielles en équations algébriques via une transformée de Haar et intègre le problème de manière séquentielle. L'approche originale développée dans cette thèse utilise un algorithme permettant d'adapter le pas d'intégration sur la base d'une erreur de troncature, ce qui accélère grandement le processus d'intégration. La méthode développée permet donc de résoudre rapidement les systèmes d'équations raides de grande taille et de manière précise. Cette méthode a été testée sur trois cas d'études : 1) le modèle du cylindre source infini, 2) le modèle du puits à colonne permanente et 3) le modèle du puits vertical à boucle fermée. Les résultats démontrent que la méthode proposée permet d'obtenir des solutions comparables à celles obtenues par la méthode implicite utilisée par le solveur ode15s de MATLAB. De plus, elle est de 3 à 17 fois plus rapide que cette dernière.

Finalement, les développements effectués dans le cadre de ce projet de recherche permettent de mieux simuler et, par conséquent, dimensionner les systèmes géothermiques à puits à colonne permanente de façon plus optimale et à des coûts de construction moindres. Ainsi, les conclusions tirées de cette thèse permettront de présenter la technologie des puits à colonne permanente sous un jour encore plus favorable.

## ABSTRACT

The modeling of standing column well geothermal systems is a strongly coupled nonlinear problem that requires both the determination of thermal and hydraulic responses of a geological environment with time-varying boundary conditions. The modeling of such system can be tedious and demanding in terms of computing power, and can lead to impractical calculation times. The overall aim of the thesis is to develop a fast and efficient numerical model of a standing column well incorporating advection-diffusion of heat and groundwater flow in fractured geological media.

First, a model coupling heat transfer and groundwater flow from a standing column well and its surrounding ground has been developed using of a network of thermal resistances and capacities. This approach allows to explicitly simulate the different components of the well in axial geometry using a system of ordinary differential equations governing heat transfer by advection-diffusion on the computational domain. The model simulates the dynamic operation of the geothermal system and incorporates a three-level bleed control. To do this, the groundwater velocity field is obtained by applying a temporal superposition of the Theis analytic equation. Heat pumps are integrated in the model, thereby allowing to take into account the effect of the entering water temperature on its capacity and coefficient of performance. A numerical solution is obtained using an implicit integration method. This first development has demonstrated that the thermal resistances and capacities approach is able to simulate advection and diffusion of heat and can reproduce the results of a reference solution obtained by the finite element method.

Subsequently, this same approach was used again to model a well installed in a geological medium with a fracture zone. In the same manner as for the temperature field, the hydraulic head field in the fractured medium has been numerically modeled using the concept of hydraulic resistance and storage. This time, the coupling between the thermal and hydraulic phenomena is done entirely numerically. The model can predict both the temperature and the hydraulic head over the entire computational domain. As part of this work, it has been demonstrated via a comparative study that the presence of a fracture zone has a significant beneficial effect on the thermal performance of the system when the bleed operation is used. Temperature differences between a homogeneous and fractured aquifer are especially important when the system operates at typical bleeding rates. Furthermore, solutions obtained by the developed model are consistent with the numerical reference solutions.



Thirdly, a sequential integration method based on the Haar wavelet method has been developed to speed up the numerical integration of thermal resistance and capacity models. More generally, this method converts the differential equations into algebraic equations using a Haar transform and integrates the problem sequentially. Moreover, this innovative approach incorporates an algorithm for adapting the integration step size based on a local truncation error, which greatly speeds up the integration process. The developed method makes it possible to quickly and accurately solve large stiff system equations. This method has been tested on three case studies : 1) a model of an infinite cylindrical source, 2) a standing column well model and 3) a model of a vertical closed-loop well. The results demonstrate that the proposed method provides solutions comparable to those obtained by the implicit method used by the ode15s solver from MATLAB. In addition, it is 3 to 17 times faster than the latter.

Finally, the developments made in the context of this research project can lead to better design of standing column well geothermal systems and at lower construction costs. Thus, the findings of this thesis will present the standing column well technology in a more favorable manner.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES SIGLES ET ACRONYMES . . . . .	xvi
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Systèmes à boucle fermée verticale . . . . .	2
1.2 Systèmes à boucle ouverte . . . . .	2
1.3 Systèmes à puits à colonne permanente (PCP) . . . . .	3
1.4 Problématique . . . . .	4
1.5 Objectif général de la thèse . . . . .	5
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	7
2.1 Modélisation analytique d'un PCP . . . . .	7
2.2 Modélisation numérique d'un PCP . . . . .	9
2.2.1 Modèle d'éléments finis et volumes finis . . . . .	9
2.2.2 Modèle de différences finies . . . . .	13
2.2.3 Méthodes d'intégration numérique . . . . .	16
CHAPITRE 3 DÉMARCHÉ DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE ET ORGANISATION GÉNÉRALE DE LA THÈSE . . . . .	19
3.1 Aperçu du document . . . . .	19
CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : THERMAL RESISTANCE AND CAPACITY MODEL FOR STANDING COLUMN WELLS OPERATING UNDER A BLEED CONTROL	21

4.1	Introduction . . . . .	21
4.2	Methodology . . . . .	24
4.2.1	Heat transfer model . . . . .	26
4.2.2	Thermal capacity . . . . .	27
4.2.3	Thermal resistance . . . . .	30
4.2.4	Groundwater flow model . . . . .	34
4.2.5	Initial solution and boundary conditions . . . . .	35
4.3	Simulation strategy . . . . .	36
4.3.1	Methodology summary . . . . .	38
4.4	Verification scenarios and comparison against a reference solution . . . . .	38
4.4.1	Scenario A — Short duration simulation . . . . .	39
4.4.2	Scenario B — Annual simulation . . . . .	40
4.4.3	Scenario C — Effect of bleed . . . . .	41
4.4.4	Scenario D — Implementation of bleed control and on-off sequence . . . . .	44
4.5	Results and discussion . . . . .	44
4.5.1	Scenario A — Short duration simulation . . . . .	44
4.5.2	Scenario B — Annual simulation . . . . .	45
4.5.3	Scenario C — Effect of bleed . . . . .	48
4.5.4	Scenario D — Implementation of bleed control and on-off sequence . . . . .	49
4.6	Conclusion . . . . .	51
4.7	Nomenclature . . . . .	52
4.8	Acknowledgements . . . . .	53

CHAPITRE 5	ARTICLE 2 : INFLUENCE OF GROUNDWATER FLOW IN FRACTURED AQUIFERS ON STANDING COLUMN WELLS PERFORMANCE . . . . .	54
5.1	Introduction . . . . .	54
5.2	Methodology . . . . .	58
5.2.1	Heat transfer and groundwater flow model . . . . .	58
5.2.2	Validation against a reference solution . . . . .	63
5.2.3	Comparison scenario . . . . .	64
5.3	Results and discussion . . . . .	66
5.3.1	Validation against a reference solution . . . . .	66
5.3.2	Comparison scenarios . . . . .	71
5.4	Conclusion . . . . .	74
5.5	Nomenclature . . . . .	75
5.6	Acknowledgements . . . . .	77

CHAPITRE 6	ARTICLE 3 : AN ADAPTIVE SEGMENTATION HAAR WAVELET METHOD FOR SOLVING THERMAL RESISTANCE AND CAPACITY MODELS OF GROUND HEAT EXCHANGERS . . . . .	78
6.1	Introduction . . . . .	78
6.2	Haar wavelet method . . . . .	80
6.2.1	Haar matrix . . . . .	80
6.2.2	Haar integration matrix . . . . .	82
6.2.3	Construction of Haar system . . . . .	85
6.2.4	Adaptive step size . . . . .	86
6.2.5	General algorithm . . . . .	88
6.3	TRCM approach . . . . .	89
6.4	Cases studies . . . . .	91
6.4.1	Infinite cylindrical-source model . . . . .	91
6.4.2	Standing column well model . . . . .	92
6.4.3	Vertical closed-loop model . . . . .	93
6.5	Results and discussion . . . . .	95
6.6	Conclusion . . . . .	99
6.7	Nomenclature . . . . .	100
6.8	Acknowledgements . . . . .	101
CHAPITRE 7	DISCUSSION GÉNÉRALE . . . . .	102
7.1	Modélisation d'un PCP par RCT . . . . .	102
7.2	Effet d'une zone de fracture . . . . .	103
7.3	Résolution par la méthode des ondelettes de Haar . . . . .	104
CHAPITRE 8	CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS . . . . .	105
8.1	Conclusion . . . . .	105
8.2	Recommandations . . . . .	106
RÉFÉRENCES	. . . . .	107

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Parameters for each component of the SCW. . . . .	29
Tableau 4.2	Summary of sub-thermal resistance for each component of the SCW. .	31
Tableau 4.3	Dimensions of the SCW system. . . . .	39
Tableau 4.4	Thermal and hydraulic properties. . . . .	39
Tableau 4.5	Summary of the annual, cooling and heating energy demand provided by the SCW system as a function of the bleed ratio $\beta$ for scenario B. .	46
Tableau 5.1	Summary of horizontal ( $R$ ) and vertical ( $\tilde{R}$ ) sub-thermal resistances for each component of the SCW. . . . .	62
Tableau 5.2	Thermal and hydrogeological properties and geometry for the valida- tion scenarios. . . . .	64
Tableau 5.3	Description of the scenarios for the validation simulations. . . . .	65
Tableau 5.4	Temperature threshold for the annual simulation. . . . .	66
Tableau 5.5	Summary of the energy consumption and the mean well drawdown for all three scenarios. . . . .	74
Tableau 6.1	Parameters used for the U-loop model. . . . .	95
Tableau 6.2	Summary of the computation times and error obtained for each scenario.	96

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Système à puits à colonne permanente. . . . .	6
Figure 2.1	Représentation de la résistance thermique du PCP, adapté de Yavuz-turk et Chiasson (2002). . . . .	8
Figure 2.2	Illustration du maillage sur le domaine d'étude, tiré de Croteau (2011). . . . .	12
Figure 2.3	Distribution des flux hydrauliques aux abords du puits à PCP opéré sans saignée, adapté de Yuill et Mikler (1995). . . . .	14
Figure 4.1	Illustration of a SCW system. . . . .	22
Figure 4.2	Simplified geometry of a SCW system based on the model assumptions. . . . .	25
Figure 4.3	Illustration of the capacity distribution – control volume network. . . . .	27
Figure 4.4	Thermal resistances in the radial direction associated with the different components of the SCW. . . . .	28
Figure 4.5	An example of a TRCM for a case where the SCW system is discretized into 11 annular regions (including 3 blank regions) and 3 layers ( $n_p = n_{fo} = 2, n_a = 3$ and $n_z = 3$ ) for a total of 36 nodes, 33 radial thermal resistances and 24 vertical thermal resistances. Subscript $j$ refers to the node's index. . . . .	30
Figure 4.6	Function used to describe the bleed ratio as a function of the EWT. . . . .	37
Figure 4.7	Illustration of an on-off sequence for a system with four heat pumps. . . . .	38
Figure 4.8	Interpolation functions used to describe the capacity (CAP) and the coefficient of performance (COP) of the heat pump used in the simulation. . . . .	40
Figure 4.9	Illustration of the corresponding $n_{hp}(t)$ in scenario B. . . . .	41
Figure 4.10	Illustration of the meshing in the finite element model. For clarity, Only the portion near the SCW is shown. . . . .	42
Figure 4.11	Illustration of the boundary conditions of the model. . . . .	44
Figure 4.12	a) Evolution of the well drawdown; b) Corresponding EWT and LWT and c) number of corresponding heat pumps in scenario A. . . . .	45
Figure 4.13	EWT and LWT for scenario B a) without bleed, b) with bleed and c) the corresponding well drawdown in scenario B with bleed. . . . .	47
Figure 4.14	Illustration of the ground load $Q_g(t)$ in scenario B a) without bleed and b) with bleed. . . . .	48
Figure 4.15	Comparison of the EWT for various bleed ratios in scenario C. . . . .	49
Figure 4.16	Comparison of temperature profiles at various depth for $\beta = 20\%$ at the end of the 24th hour in scenario C. . . . .	49

Figure 4.17	Comparison between the TRCM and the FEM for a) EWT and LWT ; b) well drawdown in scenario D. . . . .	50
Figure 4.18	Temporal evolution of a) energy provided by the system, b) number of active or required heat pumps in scenario D. . . . .	51
Figure 5.1	Illustration of a SCW system adapted from Nguyen <i>et al.</i> (2015c). . . .	55
Figure 5.2	Simplified geometry of a SCW system based on the model assumptions	59
Figure 5.3	Scheme of the nodal network for a single node. . . . .	60
Figure 5.4	Combination of $R_d$ and $R_a$ under the assumption of parallel configuration.	62
Figure 5.5	Annual building load profile corresponding to a typical commercial building located in a northern climate. . . . .	65
Figure 5.6	Comparison of the thermal response between the proposed model and the reference solution provided by a finite element model at various $\phi$ for a) $\beta=0$ %, b) $\beta=10$ %, c) $\beta=20$ % and d) $\beta=30$ %. . . . .	67
Figure 5.7	a) Radial and b) vertical velocity around the fracture zone ( $\phi=1000$ ) from the proposed model . . . . .	68
Figure 5.8	Temperature profile from the proposed model for a) $\phi=1$ and b) $\phi=1000$ .	69
Figure 5.9	Distribution of the a) radial and b) vertical components of Darcy's velocity inside the annulus from the proposed model for $\phi=1$ and $\phi=1000$ .	70
Figure 5.10	Comparison of the well drawdown between the model proposed in this work and the reference solution provided by a finite element model for various $\phi$ and $\beta$ . . . . .	71
Figure 5.11	Annual evolution of EWT for a) $\phi=1$ , b) $\phi=100$ and c) $\phi=1000$ . . . .	72
Figure 5.12	Cumulative electrical consumption for a) $\phi=1$ , b) $\phi=100$ and c) $\phi=1000$ .	73
Figure 5.13	Summary of the total energy consumption for all cases. . . . .	75
Figure 6.1	Illustration of the first four Haar wavelets $h_1(t)$ to $h_4(t)$ for $t \in [0, 1]$ . .	81
Figure 6.2	a) Piecewise constant function computed with Haar coefficients $c = [1 \ 4 \ 2 \ 2]$ and b) its integral function. . . . .	83
Figure 6.3	Scheme of the structure of matrix A with J=1 for a tridiagonal system with 3 equations. . . . .	86
Figure 6.4	Illustration of the adaptive segment lengths $s_{old}$ and $s_{new}$ for a case with J=1. . . . .	88
Figure 6.5	Schematic representation of the GHEs studied in this work. From left to right : ICS, SCW and U-loop. . . . .	90
Figure 6.6	Nodal network for the ICS model. . . . .	92
Figure 6.7	Nodal network for the SCW model (from Nguyen <i>et al.</i> (2015c)). . . .	93
Figure 6.8	Nodal network for the U-Loop model (from Pasquier (2015)). . . . .	94

Figure 6.9	Temporal evolution of the a) borehole wall temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with $J=0$ and <i>ode15s</i> for the ICS model. . . . .	97
Figure 6.10	Temporal evolution of the a) inlet and outlet fluid temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with $J=0$ and <i>ode15s</i> for the SCW model ( $n=2000$ ). . . . .	98
Figure 6.11	Temporal evolution of the a) inlet and outlet fluid temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with $J=0$ and <i>ode15s</i> for the U-loop model. . . . .	99



## LISTE DES SIGLES ET ACRONYMES

### *Acronymes*

ECS	Échangeur de chaleur souterrain
EDP	Équation différentielle partielle
EDO	Équation différentielle ordinaire
EWT	entering water temperature
GHE	ground heat exchanger
ICS	infinite cylindrical source
LWT	leaving water temperature
ODE	ordinary differential equation
PàC	Pompe à chaleur
PCP	Puits à colonne permanente
PDE	partial differential equation
RCT	Résistances et capacités thermiques
SCI	Source cylindrique infinie
SCW	standing column well
SLF	Source linéique finie
SLI	Source linéique infinie
TRCM	thermal resistance and capacity model

### *Alphabet latin*

$a$	system coefficients
$A$	area ( $\text{m}^2$ )
$b$	aquifer thickness (m)
$B$	bleed flow ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$c$	specific heat capacity ( $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ) or Haar coefficients (-)
$C$	thermal capacity ( $\text{J}/\text{K}$ )
$CAP$	capacity ( $\text{W}/\text{unit}$ )
$COP$	coefficient of performance (-)
$D$	shank spacing (m)
$h$	length of SCW (m) or haar wavelet (-)
$H$	hydraulic head (m) or Haar matrix (-)

$j$	dilatation parameter (-)
$J$	Bessel function of the first kind(-)
$k$	thermal conductivity (W/(m·K))
$K$	hydraulic conductivity (m/s)
$l$	fracture zone thickness (m)
$L$	heat exchanger length (m)
$m$	level of wavelet (-)
$n$	number of active heat pumps (-) or number of nodes (-)
$n_{hp}$	number of required heat pumps (-)
$n_j$	number of neighbors for node $j$ (-)
$n_{off}$	number of deactivated heat pumps (-)
$n_r$	total number of regions (-)
$n_t$	number of time steps (-)
$n_z$	total number of layers (-)
$Nu$	Nusselt number (-)
$p$	Haar integral (-) or accuracy order (-)
$P$	Haar integral matrix (-)
$Pr$	Prandtl number (-)
$Q$	heat flow (W)
$r$	radius (m)
$R$	radial thermal resistance (K/W)
$R_h$	hydraulic radial resistance (s/m <sup>2</sup> )
$R_t$	thermal radial resistance (K/W)
$\tilde{R}$	vertical thermal resistance (K/W)
$\tilde{R}_h$	hydraulic vertical resistance (s/m <sup>2</sup> )
$\tilde{R}_t$	thermal vertical resistance (K/W)
$Re$	Reynolds number (-)
$s$	Specific storage ( $m^{-1}$ ) or drawdown (m)
$S$	storage (m <sup>2</sup> )
$s_{old}$	old step size (s)
$s_{new}$	new step size (s)
$t$	time (s)
$T$	temperature (°C)
$t_{off}$	start time of the on-off sequence (s)
$tb$	time of the beginning (or ending) of a bleeding operation (s)
$v$	control volume (m <sup>3</sup> )

$\dot{V}$	pumping flow rate (m <sup>3</sup> /s)
$Y$	Bessel function of the second kind (-)
$z$	depth (m)

### *Alphabet grec*

$\alpha$	first Haar interval (-)
$\beta$	second Haar interval (-) or bleed ratio (%)
$\gamma$	third Haar interval (-)
$\varepsilon$	absolute difference (°C)
$\epsilon$	machine precision (-)
$\eta$	relative tolerance (-)
$\theta$	maximum relative local truncature error (-)
$\lambda$	error level (-)
$\nu$	velocity (m/s)
$\rho$	density (kg/m <sup>3</sup> )
$\sigma$	absolute tolerance (°C)
$\tau$	maximum absolute local truncature error (°C)
$\phi$	hydraulic contrast ratio (-)

### *Indice*

$a$	aquifer
$aa$	advection in aquifer
$b$	borehole
$D$	Darcy
$da$	diffusion in aquifer
$f$	fluid
$fi$	inner fluid
$fo$	outer fluid
$g$	ground or grout
$i$	time step index
$j$	node index
$k$	neighboring node index
$p$	pipe
$s$	soil

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

Dans les climats froids, les systèmes de chauffage occupent une portion importante de la consommation énergétique globale. Au Canada par exemple, le chauffage résidentiel représente à lui seul près des deux tiers de l'énergie consommée alors qu'au niveau commercial et institutionnel, il en représente environ la moitié (RNCAN, 2011). Avec la sensibilisation croissante face aux problèmes environnementaux liés aux changements climatiques, les enjeux énergétiques ont pris une importance accrue, ce qui a d'ailleurs amené la communauté scientifique à développer des outils ayant pour but d'améliorer l'efficacité énergétique des systèmes de chauffage.

Récemment, les sources d'énergies renouvelables ont vu leur popularité grimper, notamment grâce aux avancées technologiques dans le secteur des systèmes de pompe à chaleur géothermiques. D'ailleurs, ces systèmes ont vu leur utilisation augmenter à un taux annuel de 10% (Mustafa Omer, 2008) au niveau mondial. Au Canada, le marché de la géothermie a connu une explosion au cours d'une courte période suivi d'une tendance à la hausse soutenue dans le nombre d'installations entre 2005 et 2011 (CCEG, 2012). Plusieurs facteurs ont favorisé un tel engouement : augmentation des coûts de l'énergie, subventions gouvernementales, popularité de la certification Leadership in Energy and Environmental Design (LEED) et sensibilisation au développement durable. Plus important encore, ces systèmes offrent un rendement énergétique permettant une réduction importante des coûts d'électricité.

Les systèmes géothermiques s'appuient sur le principe qu'à quelques mètres de profondeur ( $\sim 10$  m) la température de la terre n'est plus influencée par les variations de température en surface et est relativement constante (Sanner *et al.*, 2003). La température du sous-sol terrestre est donc plus chaude que celle de l'air en hiver, et plus fraîche en été. D'une certaine manière, le milieu géologique peut-être considéré comme une batterie thermique qui emmagasine l'énergie thermique provenant de l'environnement. Ainsi, les systèmes géothermiques peuvent exploiter la Terre comme source ou rejet de chaleur par l'entremise d'un échangeur de chaleur souterrain (ECS) et d'une pompe à chaleur (PàC) géothermique, ce qui permet d'obtenir des coefficients de performance (COP) élevés (Banks, 2008).

De manière générale, un ECS est un ouvrage dans lequel un fluide caloporteur circule dans

une boucle géothermique et échange de la chaleur avec le milieu géologique environnant. Plusieurs types d'ECS sont disponibles pour effectuer ce travail. On distingue entre autres les ECS à :

1. *boucle fermée verticale* ;
2. *boucle ouverte* ;
3. *puits à colonne permanente* (PCP).

Les sections suivantes présentent brièvement les composantes ainsi que les modes de fonctionnement pour chacun des ECS énuméré ci-haut.

### 1.1 Systèmes à boucle fermée verticale

Pour opérer, un fluide caloporteur (généralement un mélange de propylène glycol et d'eau) circule continuellement dans une boucle fermée verticale (tuyaux en polyéthylène haute densité) installée à l'intérieur d'un puits, dont l'espace annulaire entre la paroi du forage et la boucle est comblé par des matériaux de remplissage (généralement un mélange de sable et bentonite). Ainsi, le transfert de chaleur entre le fluide caloporteur et le milieu géologique se fait essentiellement par conduction. En général, la longueur typique d'un puits en boucle fermée est de l'ordre de 100 à 200 m de profondeur.

Ces systèmes sont à ce jour les plus populaires et les mieux documentés. Au Québec la proportion de ces systèmes représentait 82,9% des systèmes installés en 2010 (CCEG, 2012). Par contre, la résistance thermique élevée associée aux puits fait en sorte que ces systèmes requièrent d'importantes longueurs de forages, ce qui entraîne des coûts de construction élevés.

Bien que des efforts importants aient été entrepris pour réduire la longueur de forage de ces ECS, les gains potentiels en termes de réduction des coûts de construction sont limités par les échanges thermiques modestes avec le milieu géologique dans lequel ils sont aménagés (Yavuzturk et Chiasson, 2002).

### 1.2 Systèmes à boucle ouverte

D'un autre côté, les systèmes à boucle ouverte se servent directement de l'eau souterraine pompée à partir d'un puits d'approvisionnement (25 à 40 m de profondeur) afin d'y puiser/injecter de la chaleur. Par la suite, l'eau pompée est réinjectée dans un second puits situé en aval hydraulique. Ce mécanisme de pompe et d'injection induit un écoulement de l'eau

souterraine, entraînant ainsi un transfert de chaleur par advection au sein du milieu géologique.

Les systèmes à boucle ouverte présentent une très grande efficacité thermique. En effet, lorsqu'une eau souterraine de qualité est suffisamment abondante et que le niveau statique de la nappe phréatique est peu profond, le coût d'installation d'un système à boucle ouverte peut être deux fois moins important que celui d'un système à boucle fermée (Rafferty, 1994). Cependant, des conditions favorables doivent être présentes puisque l'interférence hydraulique entre les puits, importante en milieu urbain du fait de la proximité des puits, limite l'utilisation de ces systèmes.

### 1.3 Systèmes à puits à colonne permanente (PCP)

Les systèmes à PCP sont constitués d'un puits ouvert profond (300 à 500 m de profondeur) aménagé au sein de la roche encaissante. Pour opérer, l'eau souterraine est pompée à partir de la base du puits, acheminée vers la PàC, et ensuite réinjectée au sommet du puits. Le principe de fonctionnement y est illustré à la figure 1.1.

Les PCP présentent une meilleure efficacité thermique que les systèmes à boucle fermée verticale sans être restreints à des conditions hydrogéologiques exceptionnelles comme les systèmes à boucle ouverte. En effet, la colonne d'eau du PCP échange directement de la chaleur par conduction avec le milieu géologique. Il en résulte une résistance thermique relativement faible comparativement à l'ECS d'un système à boucle fermée (Yavuzturk et Chiasson, 2002).

Durant les périodes de pointe, ces systèmes peuvent créer une venue d'eau souterraine en dirigeant une partie de l'eau pompée dans un puits d'injection. Cette opération, appelée saignée, entraîne un rabattement dans le puits et induit un écoulement de l'eau souterraine dans l'aquifère, favorisant un échange thermique par advection. Qui plus est, la saignée permet d'améliorer momentanément l'efficacité thermique de l'ECS et d'en réduire amplement la longueur et, par conséquent, les coûts de construction (Rees *et al.*, 2004). D'ailleurs, un engouement pour ces systèmes de la part de la communauté scientifique et de l'industrie commerciale a été observé suite à des succès opérationnels auprès d'une vingtaine de systèmes à PCP implantés en Amérique du nord (Spitler *et al.*, 2002; Orio *et al.*, 2005, 2006). Des analyses numériques et financières ont notamment démontré que la taille de l'ECS pouvait être de 49% à 78% inférieure avec des systèmes à PCP en comparaison à des systèmes à boucle fermée verticale de puissance comparable (O'Neill. *et al.*, 2006). De plus, une analyse

de cycle de vie sur 20 ans a suggéré un coût global pouvant être jusqu'à 27% moindre (avec des paramètres financiers et géologiques propres aux États-Unis).

Malgré tout, ces systèmes demeurent peu utilisés à ce jour. Plusieurs facteurs expliquent une telle réticence : résistance au changement, réglementation par rapport à l'utilisation de l'eau souterraine, manque d'expertise et d'outils de modélisation pour les concepteurs.

## 1.4 Problématique

Les systèmes géothermiques sont confrontés à des obstacles importants s'ils veulent augmenter de façon significative leur part de marché. En effet, les coûts initiaux élevés combinés à l'incertitude entourant les performances des systèmes freinent leur commercialisation (Painuly, 2001). Dans cette perspective, le recours à un modèle mathématique permettant de prédire la réponse thermique et, par conséquent la performance du système, est indispensable.

En général, les puits géothermiques sont représentés par le modèle analytique de la source linéique infinie (SLI) proposée par Kelvin *et al.* (1882) et repris par Ingersoll *et al.* (1954) et Carslaw et Jaeger (1959). Ce modèle permet d'évaluer, en milieu homogène infini, la variation de température en un point situé à une distance  $r$  d'une source linéique infinie. Il existe également des modèles similaires à la SLI tels que : la source cylindrique infinie (SCI) proposé par Carslaw et Jaeger (1959) qui suppose un flux radial à la paroi d'un cylindre et la source linéique finie (SLF) (Claesson et Javed, 2011) qui est similaire à la SLI, mais qui tient compte des effets axiaux.

Bien que ces modèles soient très utilisés pour les puits géothermiques à boucle fermée verticale, ils s'appliquent difficilement aux PCP puisqu'ils ne permettent pas d'inclure l'advection de la chaleur par l'eau souterraine lors de l'activation de la saignée. D'ailleurs, compte tenu de la profondeur importante des PCP, il est fréquent lors du forage dans le roc d'intercepter des zones de fracture qui agissent comme chemin d'écoulement préférentiel pour l'eau souterraine. Le couplage entre les phénomènes hydraulique et thermique devient alors nécessaire. De plus, les systèmes à PCP peuvent impliquer plusieurs processus complexes :

1. variation temporelle des charges thermiques ;
2. variation de la performance des équipements en fonction de la température d'opération des PàC ;
3. activation de la saignée en fonction de la température d'opération des PàC ;
4. interaction thermique et hydraulique entre plusieurs PCP ;

Par conséquent, la modélisation de ces processus est un problème fortement couplé non-linéaire qui nécessite à la fois la détermination de la réponse thermique et hydraulique d'un milieu géologique soumis à des conditions aux limites variables dans le temps. Bien que ce genre de problème puisse être abordé aisément par des logiciels commerciaux de modélisation numérique, la modélisation d'un tel système peut s'avérer fastidieuse et exigeante en termes de puissance informatique, résultant en un temps de calcul peu pratique.

Plusieurs auteurs ont récemment proposé une méthode alternative basée sur le modèle de résistances et capacités thermiques (RCT) pour modéliser le transfert de chaleur par conduction pure entre un ECS et son milieu géologique environnant (De Carli *et al.*, 2010; Zarrella *et al.*, 2011; Bauer *et al.*, 2011a,b; Pasquier et Marcotte, 2012, 2014). Cette approche permet d'approximer les équations différentielles partielles (EDP) de la chaleur en un système d'équation différentielle ordinaire (EDO), facilitant ainsi la résolution du problème. En vue de modéliser les PCP, l'approche par RCT peut être utilisée pour inclure l'advection de la chaleur par l'écoulement de l'eau souterraine. Cette approche permet notamment de faciliter l'intégration numérique du problème des PCP, et d'améliorer le temps de calcul tout en conservant un ordre de précision comparable à la méthode des éléments finis.

## 1.5 Objectif général de la thèse

L'objectif général de la thèse est de développer un modèle numérique rapide, efficace et précis d'un PCP intégrant les phénomènes de diffusion-advection de la chaleur et de l'écoulement de l'eau souterraine en milieux géologiques fracturés. Les objectifs spécifiques résultants de cet objectif général, et qui sont abordés dans cette thèse, sont les suivants :

1. développer un modèle numérique d'EDO 2D axial d'un PCP par RCT permettant de simuler l'opération dynamique du système ;
2. évaluer l'effet de la présence d'une zone de fracture sur l'opération de la saignée ;
3. développer, sur la base de la méthode des ondelettes de Haar, une approche rapide de résolution numérique du systèmes d'EDO obtenu par RCT.



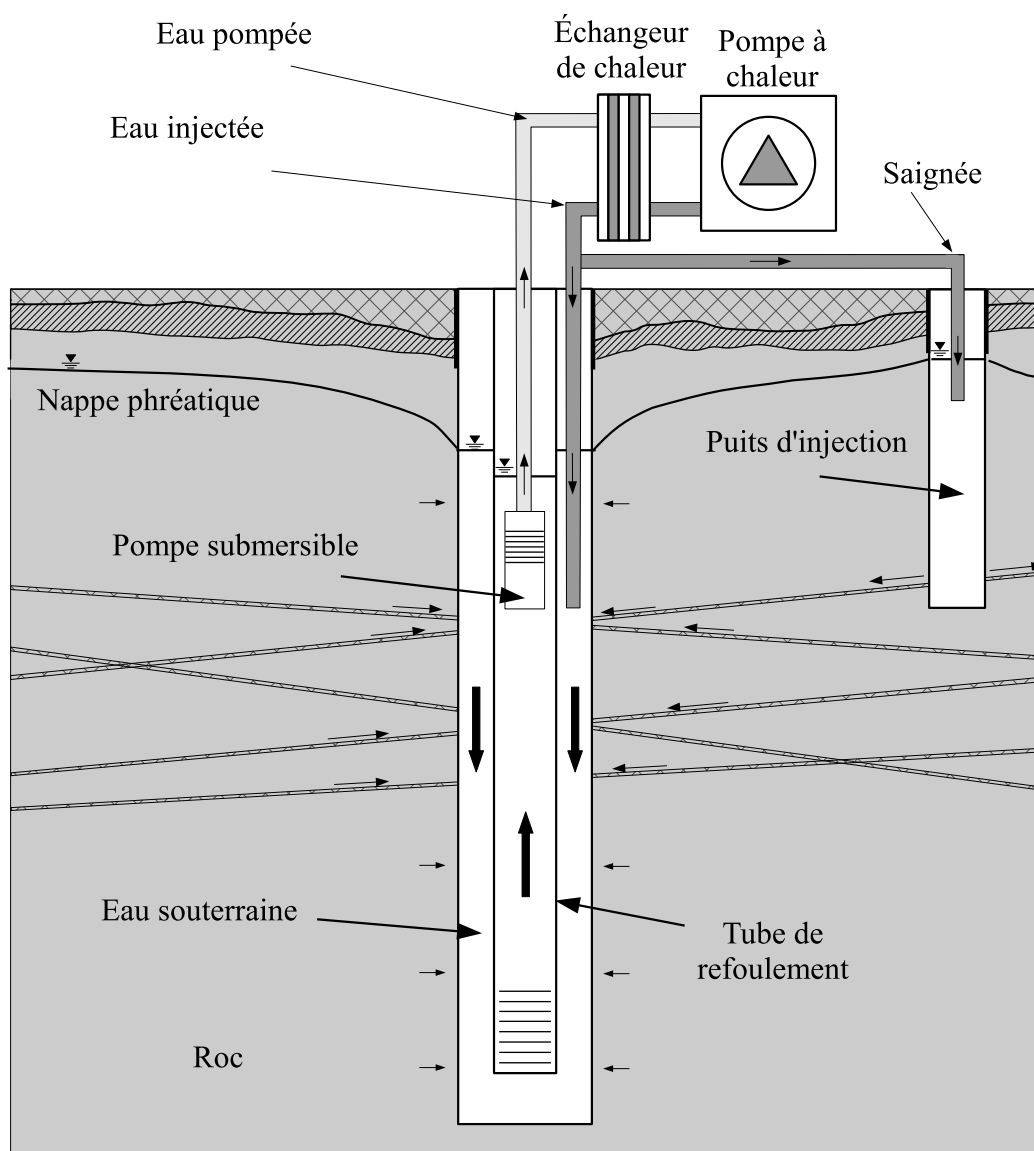


Figure 1.1 Système à puits à colonne permanente.

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LITTÉRATURE

L'échange de chaleur entre un PCP et le milieu géologique environnant est un phénomène complexe en raison du couplage avec l'écoulement de l'eau souterraine. Cette réalité justifie l'emploi de modèles mathématiques permettant de prédire la réponse thermique et hydraulique du système. Ainsi, une revue des travaux sur les systèmes à PCP est présentée dans le but d'y évaluer la frontière des connaissances. Il est à noter qu'un nombre limité de contributions concernant la modélisation des PCP est présent dans la littérature. Dans ce qui suit, l'emphase est mise sur deux types d'approches mathématiques : les modèles analytiques et les modèles numériques.

#### 2.1 Modélisation analytique d'un PCP

Les modèles analytiques utilisent directement la solution aux équations différentielles qui décrivent les changements dans un système sous forme d'une fonction analytique mathématique. Dans cette section, une revue des solutions analytiques connues à ce jour est présentée.

##### Modèle de Oliver et Braud (1981)

Les premières études portant sur les PCP ont été menées sur un puits isolé du milieu géologique par un tubage. En considérant une géométrie coaxiale, Oliver et Braud (1981) proposent une solution analytique au problème de conduction de la chaleur entre le PCP et le milieu géologique. Le modèle permet donc de décrire la distribution de la température du fluide dans le PCP opérant en régime permanent. Toutefois, celui-ci ne s'applique pas au système à PCP connu aujourd'hui puisqu'il ne tient pas compte des échanges thermiques par advection entre le puits et le milieu géologique.

##### Modèle de la SLI

Orio (1994) a analysé le transfert thermique des systèmes à PCP en se basant sur la théorie de la SLI. L'auteur a été le premier à faire mention de l'opération de la saignée pour ces systèmes géothermiques sans toutefois la modéliser. Selon l'auteur, une saignée de 10% augmenterait la conductivité thermique apparente du puits par un facteur de 3 à 5.

Par la suite, Koenig et Goodhall (2010) ont réalisé une interprétation d'essai de réponse thermique effectué sur un PCP de 163 m de profondeur opérant sans saignée à l'aide du modèle de la SLI. Ceux-ci ont calculé une conductivité thermique de la roche encaissante supérieure à celle rapportée dans la littérature, et ce, malgré l'absence de la saignée. Il est à noter que de nombreuses zones de fractures étaient présentes le long du forage. Cela pourrait indiquer que le transfert de chaleur par advection était important. Plus tard, Choi *et al.* (2012) ont tenté d'interpréter un essai de réponse thermique sur un PCP opérant avec saignée à l'aide de la SLI et ont observé une conductivité thermique effective environ 1.5 fois plus élevée avec une saignée de 10%.

### Modèle de Yavuzturk et Chiasson (2002)

Yavuzturk et Chiasson (2002) ont modélisé la réponse thermique d'un champ de PCP opéré sans saignée à l'aide des *g-functions* de Eskilson (1987), une fonction de transfert qui permet de calculer la variation de la température à la paroi du forage suite à une extraction ou injection de chaleur. La température du fluide entrant à la PàC peut ensuite être prédite en utilisant la résistance thermique du puits. En négligeant le court-circuit thermique entre le fluide ascendant et descendant, celle-ci est associée uniquement à la résistance thermique du fluide, telle que montré à la figure 2.1.

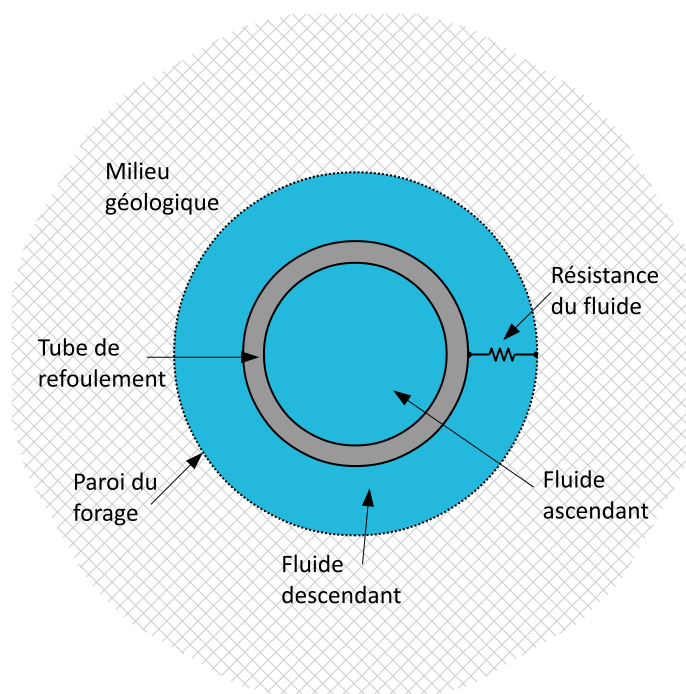


Figure 2.1 Représentation de la résistance thermique du PCP, adapté de Yavuzturk et Chiasson (2002).

Les auteurs affirment toutefois que cette modélisation n'est plus valide lorsque l'on considère la saignée puisque celle-ci amène un apport d'énergie non négligeable par advection, amplifiant ainsi le transfert de chaleur.

## **2.2 Modélisation numérique d'un PCP**

Grâce aux avancées technologiques en informatique, les scientifiques ont pu développer des modèles numériques de plus en plus complexes afin de reproduire les phénomènes physiques naturels. On qualifie de méthodes numériques les approches impliquant le recours à des approximations numériques aux solutions des problèmes mathématiques. La modélisation numérique est un outil puissant permettant de trouver des solutions numériques aux équations différentielles qui gouvernent les phénomènes thermo-hydrauliques présents dans les systèmes à PCP. Dans cette section, une revue des modèles numériques développés connus à ce jour est présentée. Ensuite, une courte synthèse des méthodes de résolution est faite.

### **2.2.1 Modèle d'éléments finis et volumes finis**

Les méthodes des éléments finis et volumes finis permettent de discrétiser l'EDP de transfert de chaleur sur le domaine de calcul. De façon générale, la méthode des volumes finis approxime le flux de chaleur sur une surface d'un volume fini alors que la méthode des éléments finis approxime la température aux noeuds d'un élément via la forme faible de l'EDP. Ces deux méthodes sont robustes et stables, mais complexes à implémenter et nécessitent une puissance informatique importante. Les modèles de PCP qui entrent dans cette catégorie sont présentés ci-dessous.

#### **Modèle de Deng (2004)**

Deng (2004) a développé, par la méthode des volumes finis, un modèle 2D axial d'un PCP permettant de simuler les comportements hydrauliques et thermiques sous l'effet d'une charge thermique en régime transitoire. Pour la première fois, l'opération de la saignée est simulée. Par ailleurs, le domaine est séparé en deux parties ; soit le puits et le milieu géologique.

Pour le milieu géologique, l'écoulement de l'eau est gouverné par l'équation de continuité en conjonction avec la loi de Darcy qui relie la magnitude et l'orientation du flux hydraulique. Par ailleurs, le modèle du puits est exprimé avec cette même équation, mais avec une légère modification puisque la relation entre le flux hydraulique et le gradient hydraulique n'est plus linéaire étant donné la nature turbulente de l'écoulement à l'intérieur du puits. Par conséquent, une conductivité hydraulique effective, qui est fonction des propriétés hydrauliques de

l'eau, et du facteur de friction ont dû être assignés à l'intérieur du puits. Une conductivité hydraulique nulle a été attribuée au tubage afin de simuler la surface imperméable de ce dernier.

D'autre part, le mécanisme de transfert de chaleur dans le milieu géologique est gouverné par l'équation de diffusion-advection de la chaleur. Le modèle de Deng (2004) considère également une conductivité thermique équivalente du milieu géologique exprimée par une moyenne pondérée entre la matrice poreuse et l'eau. Le transfert thermique à l'intérieur est exprimé à l'aide d'une série de résistances et de capacités thermiques. Le modèle tient également compte du gradient géothermique. Cependant, ce modèle est très lourd et ne permet pas de simuler aisément des systèmes dynamiques complexes.

### **Modèle de Abu-Nada *et al.* (2008)**

Abu-Nada *et al.* (2008) ont développé pour la première fois un modèle numérique par volumes finis en 3D qui unifie le PCP et le milieu géologique. Celui-ci permet d'obtenir les températures d'opération à l'entrée de la PàC en solutionnant les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation d'énergie pour le PCP et le milieu géologique, ici considéré poreux, homogène et isotrope. La perméabilité du milieu géologique du modèle est définie en fonction de la porosité du domaine et du diamètre moyen des grains de sol. Or, pour simuler l'eau du puits, la porosité a été assignée à une valeur unitaire. Le modèle développé intègre des conditions aux limites qui introduisent pour la première fois les variations des températures saisonnières. De plus, les auteurs considèrent que les parois des conduites d'injection et de refoulement sont des surfaces adiabatiques et imperméables. La résolution des équations de Navier-Stokes en 3D est cependant un processus laborieux et engendre un coût de calcul élevé.

Ce modèle considère également l'opération de la saignée. Lorsque celle-ci est en cours, une condition de vitesse entrant dans le milieu poreux à la frontière supérieure de la géométrie est ajoutée et la paroi du forage devient perméable. Cette vitesse a été définie comme étant le débit de la saignée divisé par une surface circulaire d'infiltration de trois mètres de diamètre autour du PCP.

### **Modèle de Liu *et al.* (2009)**

Liu *et al.* (2009) ont développé un modèle numérique 3D de type volumes finis qui permet d'obtenir une solution numérique des températures d'opération à l'entrée de la PAC. Cependant, cet article est un compte-rendu d'une conférence et le cœur de son modèle n'est pas explicitement décrit. Pour les mêmes raisons qu'évoque Deng (2004), le modèle est séparé en

deux parties correspondant à l'intérieur et à l'extérieur du puits. On y retrouve les hypothèses suivantes :

1. la matrice rocheuse est considérée poreuse et continue, et l'écoulement obéit à la loi de Darcy ;
2. la phase solide et la phase liquide dans l'aquifère sont en équilibre thermique ;
3. l'écoulement régional est nul ;
4. il n'y a aucune source de chaleur dans l'aquifère ;
5. l'effet d'un gradient géothermique est pris en compte ;
6. l'aquifère est homogène et ses paramètres thermiques et hydrauliques sont constants.

La résolution des équations se fait en deux parties distinctes. L'algorithme utilisé par les auteurs solutionne premièrement le champ hydraulique, puis le champ thermique pour l'ensemble de la géométrie. Le calcul se divise en deux régions séparées par la paroi du forage. Le flux thermique à la paroi du forage dans le modèle du puits est d'abord calculé, puis défini comme condition aux limites pour le modèle de l'aquifère. Enfin, il n'y a aucune mention de la saignée par les auteurs.

### **Modèle de Park *et al.* (2010)**

Park *et al.* (2010) ont développé, par la méthode des volumes finis, un modèle numérique axial gouverné par les équations de Navier-Stokes et le bilan d'énergie. Le milieu géologique est considéré comme un milieu poreux équivalent où les propriétés thermiques et hydrauliques sont spécifiées. Ce modèle permet également de simuler les effets de la saignée. En effet, lorsqu'un débit de pompage supérieur au débit d'injection est imposé, une venue d'eau dans le puits est engendrée. Enfin, ce modèle intègre également l'effet d'un gradient géothermique.

### **Modèle de Ng *et al.* (2011)**

Ng *et al.* (2011) ont développé un modèle 3D par méthode des volumes finis qui simule pour la première fois les composantes thermiques et hydrauliques d'un champ de PCP opérant avec la saignée. Encore une fois, ce modèle est composé de deux sous-modèles : le PCP et le milieu géologique. Le PCP est ici traité comme un réseau nodal 1D. Il est ensuite implémenté dans le modèle du milieu géologique 3D via un terme source, ce qui permet de simuler plusieurs PCP. Les auteurs mentionnent cependant que le temps de calcul nécessaire pour simuler plusieurs PCP augmente très rapidement avec le nombre de PCP.

### Modèle de Croteau (2011)

Croteau (2011) a développé, avec le logiciel commercial COMSOL, un modèle numérique 2D axial par la méthode des éléments finis (Fig. 2.2) qui couple les phénomènes thermiques et hydrauliques. Le modèle proposé permet de prédire les températures d'opération d'un système à PCP sous l'influence d'une charge thermique variable dans le temps. Le milieu géologique est considéré ici comme un milieu poreux équivalent où les propriétés thermiques et hydrauliques sont prescrites. Pour simuler l'eau du puits, la porosité et la conductivité hydraulique du domaine ont été assignées à une valeur unitaire et à 300 m/s respectivement. Le modèle développé intègre les parois des conduites d'injection et de refoulement en géométrie coaxiale. Pour la première fois, ce modèle permet d'intégrer un processus de contrôle de la saignée. Les variations des températures saisonnières et le gradient géothermique sont également considérés.

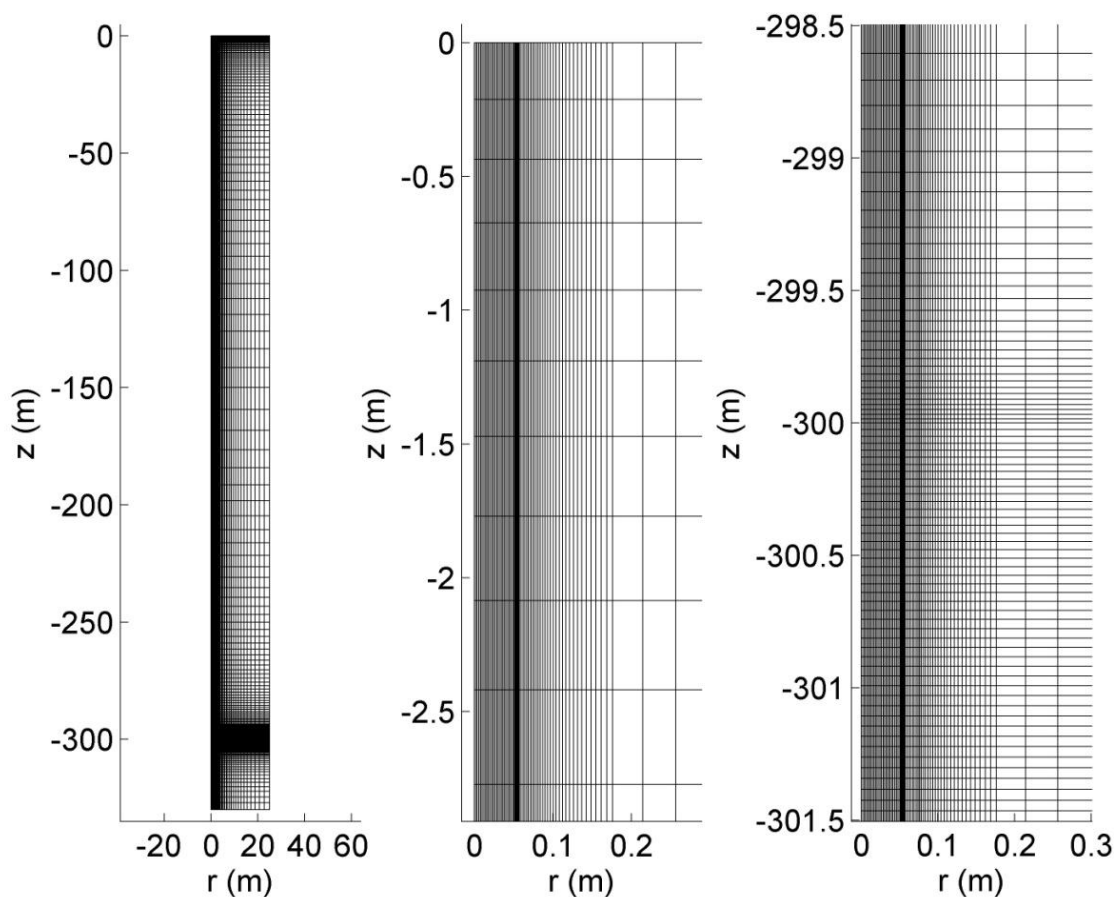


Figure 2.2 Illustration du maillage sur le domaine d'étude, tiré de Croteau (2011).

De plus, Croteau (2011) a étudié l'effet de la présence d'une couche poreuse conductrice représentant une zone de fractures sur les performances du système. Pour une injection de chaleur constante de 70 kW pendant 72 heures, l'auteur a observé que la présence d'une seule zone de fractures au sein de la roche encaissante a un effet bénéfique significatif sur l'opération de la saignée. Des différences de température entre le modèle homogène et le modèle fracturé de 3,2 °C et 0,84 °C ont été observées pour des taux de saignée de 10% à 20%, respectivement.

### **Modèle de Nguyen *et al.* (2012)**

En partant du modèle de Croteau (2011), Nguyen *et al.* (2012) ont proposé un modèle de PCP intégrant un contrôle de la saignée à trois paliers. Cette fonctionnalité a été implémentée à l'aide d'une fonction par paliers qui définit trois niveaux de saignée. De plus, une séquence d'arrêt des PàC a été ajoutée aux fonctionnalités. Celle-ci permet de désactiver séquentiellement les PàC afin de permettre à la température de l'eau à l'intérieur du puits de se stabiliser.

Ainsi, le modèle permet de simuler l'opération dynamique d'un système à PCP régi par deux procédures de contrôle qui s'activent selon la température de l'eau entrant à la PàC. Les résultats montrent que ces deux procédures de contrôle permettent de maintenir les températures d'opération du fluide dans la plage de fonctionnement de la PàC.

### **2.2.2 Modèle de différences finies**

La méthode des différences finies permet de discrétiser l'EDP de transfert de chaleur sur le domaine de calcul en approximant la dérivée de la température par des différences finies. Cette méthode est facile à implémenter et demande une puissance informatique moindre que les méthodes d'éléments finis ou de volumes finis. Les modèles de différences finies de PCP connus à ce jour sont présentés ci-dessous.

### **Modèle de Yuill et Mikler (1995)**

Yuill et Mikler (1995) ont été les premiers à proposer un modèle numérique quasi-2D axial qui décrit les échanges thermiques d'un PCP avec le milieu géologique sous l'influence d'un gradient hydraulique causé par le pompage. La distribution en régime permanent des flux hydrauliques aux abords du puits en conditions de pompage et d'injection (positif au fond et négatif au sommet) est décrite analytiquement. Le transfert de chaleur est gouverné par l'équation 1D de diffusion de chaleur corrigé par un *facteur d'eau souterraine*. Une solution numérique a été obtenue par la méthode des différences finies. On y retrouve les hypothèses



suivantes :

1. le milieu est homogène et isotrope ;
2. le flux de chaleur et le flux hydraulique sont radiaux ;
3. l'écoulement dans le puits est laminaire ;
4. il n'y a pas d'écoulement régional.

Toutefois, le modèle présenté ne permet pas de modéliser la saignée. La figure 2.3 illustre le régime d'écoulement à l'intérieur du PCP.

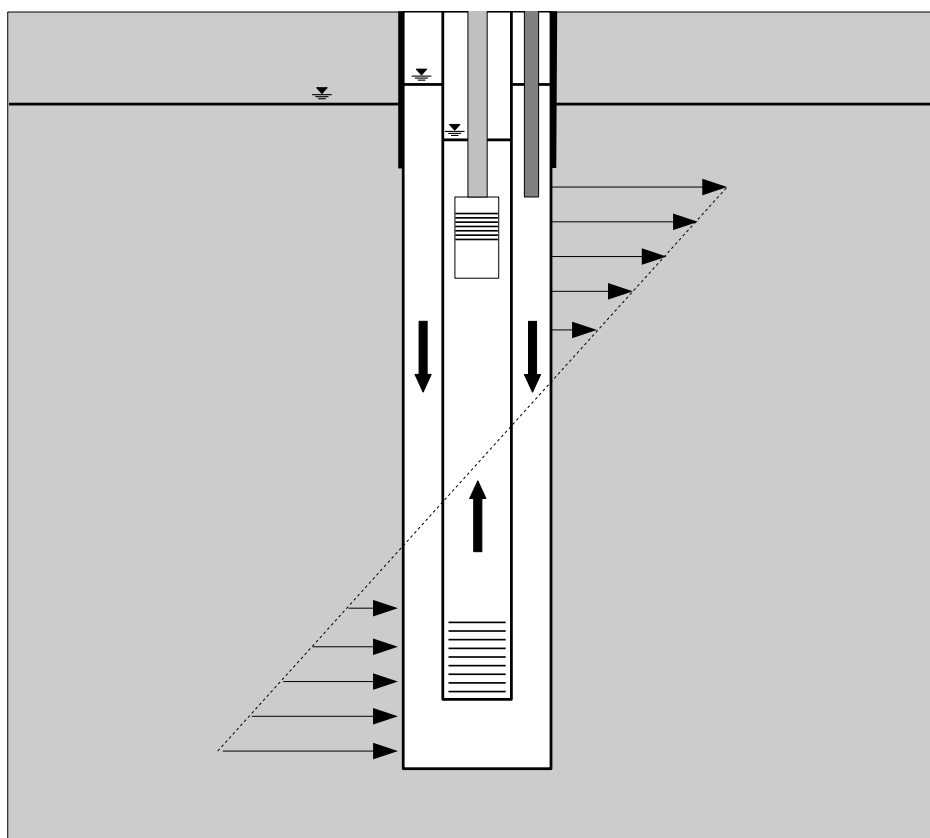


Figure 2.3 Distribution des flux hydrauliques aux abords du puits à PCP opéré sans saignée, adapté de Yuill et Mikler (1995).

### Modèle simplifié de Deng (2004)

Afin de diminuer le temps de calcul, Deng (2004) a proposé un modèle simplifié 1D axial par la méthode des différences finies qui simule uniquement la composante thermique dans le milieu géologique. D'autre part, le puits est modélisé par un noeud unique correspondant à la température moyenne du PCP. La variation temporelle de la température à ce noeud est

exprimée par un bilan d'énergie à l'intérieur du puits.

Deng (2004) a également étudié le cas où l'eau souterraine s'écoule dans une seule fracture présente au sein d'une matrice rocheuse imperméable à l'aide du modèle simplifié. Dans ce cas, l'eau de saignée contourne la matrice et entre directement dans le puits à la température non-perturbée.

Les résultats obtenus suggèrent que l'opération de la saignée serait plus efficace en absence de zones de fractures. Cette conclusion est pourtant contre-intuitive puisqu'une venue d'eau souterraine à la température non-perturbée devrait être bénéfique pour le système. Par ailleurs, l'auteur mentionne que des études additionnelles combinant le transfert de chaleur et l'écoulement de l'eau souterraine en milieux fracturés seraient bénéfiques.

### **Modèle de Lee (2011)**

Lee (2011) a étudié l'influence de l'écoulement régional de l'eau souterraine sur la performance des systèmes à PCP. Pour ce faire, l'auteur a proposé un modèle numérique 3D par la méthode des différences finies dans lequel les phénomènes thermohydrauliques sont représentés par les équations de continuité et de Darcy, ainsi que l'équation de diffusion-advection de la chaleur. Le modèle considère un milieu hétérogène d'un aquifère confiné par une couche supérieure de mort terrain et un aquitard à sa base. Pour simuler l'écoulement régional, un gradient hydraulique est imposé aux frontières limites du modèle. Les résultats obtenus par Lee (2011) suggèrent que l'écoulement régional de l'eau souterraine contribue à améliorer la performance du système lorsque l'aquifère est très perméable.

### **Modèle de Woods et Ortega (2011)**

Woods et Ortega (2011) ont proposé un modèle numérique représenté en 3D en géométrie cartésienne afin d'y étudier le comportement thermique d'un groupe de PCP placé sur une ligne infinie. Pour ce faire, la méthode des différences finies a été utilisée pour discrétiser l'équation de conservation d'énergie. Afin de faciliter le problème, la géométrie circulaire du puits a été converti en un puits équivalent carré et des lignes de symétries ont été utilisées. Pour cette raison, l'opération de la saignée n'a pas été considérée. Les résultats obtenus indiquent que l'espacement entre les puits est un facteur important et que plus les puits sont rapprochés, plus la performance du système est dégradée. Selon leurs résultats, une ligne de puits de 0,1 m de rayon, espacées de 5 mètres et opérant pendant 1000 heures consécutives, par exemple, aurait une dégradation 12% à la fin par rapport à un puits isolé.

## Modèle de Ramesh et Spitler (2012)

Ramesh et Spitler (2012) présentent un modèle quasi-2D où le PCP et le milieu géologique sont combinés en un seul réseau nodal. Par ailleurs, l'équation 1D d'advection-diffusion de la chaleur est discrétisée pour chacune des couches horizontales par la méthode des différences finies. Pour simplifier le problème, les couches horizontales sont connectées uniquement aux noeuds correspondant aux fluides dans le PCP.

Tout comme Deng (2004), Ramesh et Spitler (2012) ont analysé l'influence de l'écoulement de l'eau souterraine en milieux fracturés et obtiennent les mêmes conclusions que Deng (2004). Les auteurs n'ont cependant pas modélisé l'écoulement souterrain, un aspect important dans la distribution verticale des flux hydrauliques. Par ailleurs, ce modèle est présenté dans un compte-rendu d'une conférence où plusieurs détails sont omis, ce qui rend difficile la reproduction des résultats.

### 2.2.3 Méthodes d'intégration numérique

Les modèles numériques tels que présentés précédemment ne peuvent être résolus par calculs symboliques en raison de leur complexité. Pour des raisons pratiques, une approximation numérique de la solution est souvent suffisante. Étant donné qu'une revue approfondie des méthodes d'intégration numérique développées à ce jour dépassent le cadre de ce projet de recherche, la section suivante présente brièvement trois types de méthodes : 1) les méthodes séquentielles, 2) les méthodes spectrales et 3) les méthodes par ondelettes.

#### Méthodes séquentielles

Les méthodes d'intégration numérique les plus utilisées pour résoudre des problèmes à solutions initiales sont de type séquentielle, soit pas de temps par pas de temps. De manière générale, ces méthodes approximent une nouvelle solution, notée  $y_{n+1}$ , en avançant d'un pas de temps  $h$  sur une ligne de tangente à partir d'une solution précédente, notée  $y_n$ . En règle générale, plus le pas de temps  $h$  est petit, plus l'erreur d'estimation sera petite. Ainsi, une approximation numérique de la solution recherchée est alors obtenue de façon séquentielle.

On distingue deux grandes familles de méthodes séquentielles, soit les méthodes *explicites*, qui utilisent l'information provenant des solution précédentes uniquement, et les méthodes *implicites*, qui utilisent à la fois l'information provenant des solution précédentes et actuelles. Dans leur forme la plus simple, on retrouve la méthode explicite d'Euler et la méthode implicite d'Euler arrière d'ordre 1 (Stoer et Bulirsch, 2002).

Pour améliorer l'ordre de précision, certaines méthodes telles que *Adams-Bashforth/Adams-Moulton*, *BDF* et *NDF* utilisent plusieurs solutions précédemment calculées pour déterminer  $y_{n+1}$ . Ces méthodes appelées à *pas-multiples* sont, par construction, plus précises que les méthodes d'Euler, mais aussi plus coûteuses en termes de calculs. D'autres types d'approches consistent à utiliser plusieurs points intermédiaires entre  $y_n$  et  $y_{n+1}$ . Celles-ci appartiennent à la famille *Runge-Kutta* et on y retrouve notamment la méthode bien connue *Runge-Kutta* d'ordre 4 implémentée dans plusieurs algorithmes (Cash, 2003).

Lorsque les équations différentielles sont raides et non linéaires, il est recommandé d'utiliser des méthodes implicites afin d'assurer une certaine stabilité numérique. Les méthodes implicites sont cependant plus coûteuses que les méthodes explicites puisqu'elles nécessitent la résolution d'un système d'équation linéaire ( $Ax = b$ ) à chaque itération.

Dans le cas des modèles complexes, le problème à résoudre est, dans bien des cas, un système d'équations différentielles de grande taille. Dans ces circonstances, la matrice  $A$  devient rapidement de très grande taille et le calcul de sa matrice inverse  $A^{-1}$  peut devenir lourd numériquement, ce qui peut nuire à l'efficacité de l'algorithme. Malgré tout, les méthodes séquentielles sont très robustes et permettent d'obtenir des solutions numériques stables dans plusieurs problèmes de géothermie, tels que les ECS (Zarella *et al.*, 2011; Pasquier et Marcotte, 2012; Eslami-nejad et Bernier, 2012; Pasquier et Marcotte, 2014).

## Méthodes spectrales

Les méthodes spectrales peuvent être utilisées pour résoudre certains problèmes dynamiques en exploitant le principe de linéarité. L'idée consiste à écrire la solution de l'équation différentielle comme une somme de certaines "fonctions de base". Pour calculer la température du fluide d'un système géothermique, par exemple, Marcotte et Pasquier (2008); Pasquier et Marcotte (2014); Nguyen *et al.* (2015a) ont exprimé la fonction de réponse du fluide comme un produit de convolution discrète d'une fonction d'incrément et d'une fonction de transfert spécifique. Par ailleurs, une solution numérique a été obtenue par l'utilisation de la transformation de Fourier rapide (FFT).

Puisque les méthodes spectrales ne sont pas séquentielles, elles ont l'avantage d'être rapides et efficaces. Bien que Pasquier *et al.* (2013) ont démontré qu'il était possible de résoudre certains problèmes non-linéaires, ces méthodes ne peuvent être utilisées lorsque la fonction de transfert est non-linéaire, comme par exemple le cas d'un PCP opérant avec un contrôle

de la saignée.

## Méthode par ondelette

Au cours des dernières années, une nouvelle branche de méthodes d'ondelettes a suscité l'intérêt des chercheurs pour différents problèmes mathématiques. Parmi les familles d'ondelettes définies par des fonctions analytiques, les ondelettes de Haar étaient parmi les plus importantes pour leur utilisation dans la résolution d'équations différentielles (Hariharan et Kannan, 2013). À la suite des travaux pionniers dans l'analyse des systèmes électriques via les ondelettes de Haar par Chen et Hsiao (1997), les méthodes d'ondelettes de Haar ont trouvé des applications dans l'analyse des systèmes dynamiques.

De façon générale, l'idée principale derrière la méthode des ondelettes de Haar est de convertir des équations différentielles en équations algébriques via une transformée de Haar, ce qui simplifie considérablement la solution. La méthode est directe et fournit une solution pour tous les pas de temps de façon non séquentielle, comme les méthodes spectrales auxquelles elle s'apparente. Les principaux avantages de cette approche sur les méthodes séquentielles conventionnelles sont la simplicité, l'utilisation de matrices creuses et la transformation rapide (Hariharan et Kannan, 2013).

L'efficacité et la robustesse de la méthode des ondelettes de Haar a depuis été démontrée à de nombreuses reprises pour résoudre différentes équations différentielles (Hsiao et Wang, 1999; Lepik, 2005, 2008; Siraj-ul-Islam *et al.*, 2010) et plus particulièrement pour les équations raides (Hsiao et Wang, 2001; Bujurke *et al.*, 2008; Lepik, 2009). La méthode des ondelettes de Haar est également bien adaptée pour résoudre les problèmes aux conditions limites, puisque celles-ci sont automatiquement prises en compte.

Malgré ces avantages, la méthode d'ondelettes de Haar n'a pas encore été utilisée pour traiter des systèmes d'équations différentielles de grande taille. Naturellement, la méthode des ondelettes de Haar rencontre les mêmes limitations que les méthodes séquentielles implicites dans ces cas. En effet, elle génère d'énormes matrices dont la taille est proportionnelle au nombre d'équations et à la résolution temporelle de la solution recherchée. Ces matrices deviennent alors quasi singulières et, par conséquent, leur inverse ne peut pas être évaluée avec précision et de façon efficace. Pour réduire la complexité de calcul, Lepik (2005) a proposé de diviser l'intervalle d'intégration en petits segments de longueur égale. Pour les systèmes raides d'EDO, cependant, les méthodes à pas constants sont rarement appropriées.

## CHAPITRE 3

### DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE ET ORGANISATION GÉNÉRALE DE LA THÈSE

#### 3.1 Aperçu du document

Cette thèse s'articule autour d'un thème commun qu'est le développement d'un outil de modélisation des PCP par l'approche RCT, en vue d'y évaluer de façon rapide et efficace l'évolution de la réponse du champ thermique et hydraulique pour une simulation donnée. La présente thèse est composée de 8 chapitres, et ce, incluant les deux précédents.

Dans un premier temps, le chapitre 1 présente une mise en contexte des sujets abordés dans cette thèse, suivi de l'objectif général et des objectifs spécifiques de la recherche. Le chapitre 2 présente une revue de la littérature des travaux réalisés en lien avec la modélisation des PCP. Le présent chapitre présente la démarche de l'ensemble du travail de recherche, le thème commun à l'ensemble du travail et l'organisation générale de cette thèse.

Le chapitre 4 porte sur la modélisation d'un système à PCP opérant sous un contrôle à trois paliers de la saignée. Qui plus est, un modèle multiphysique couplant le transfert de chaleur et l'écoulement des eaux souterraines d'un PCP et son milieu environnant a été développé par RCT. Le champ de vitesse de l'eau souterraine est obtenu par l'application de la superposition temporelle de l'équation analytique de Theis. Les pompes à chaleur sont intégrées dans le modèle, permettant de ce fait de tenir compte de l'effet de la température d'entrée d'eau sur sa capacité et son coefficient de performance. Une solution numérique est obtenue par un solveur d'équations différentielles ordinaires commercial. Ce premier développement a permis de démontrer que l'approche RCT est en mesure de simuler les mécanismes d'advection-diffusion de la chaleur, et permet de reproduire les résultats d'une solution de référence obtenue par la méthode des éléments finis. Ces travaux sont présentés sous la forme d'un article scientifique (Nguyen *et al.*, 2015c).

Le chapitre 5 présente des travaux dont l'extension est directement en lien avec le chapitre 4 et porte sur l'évaluation de l'impact de l'écoulement de fracture sur un système à PCP opérant avec la saignée. Pour ce faire, l'approche RCT a été utilisée de nouveau pour modéliser un PCP installé dans un milieu géologique comportant une zone de fractures. De manière

similaire, la solution numérique du modèle est obtenue à l'aide d'un solveur commercial. Le modèle permet de prédire à la fois la température et la charge hydraulique sur l'ensemble du domaine de calcul. Des simulations ont été effectuées pour des cas d'aquifères homogènes et fracturés. Dans le cadre de ces travaux, il a été démontré que la présence d'une zone de fractures a un effet bénéfique significatif sur la performance thermique du PCP. Les différences de température entre l'aquifère homogène et fracturé sont particulièrement importantes lorsque le système opère à des débits de saignée typiques. Les solutions obtenues par le modèle développé sont cohérentes avec des solutions de référence numériques. Ces travaux sont présentés sous la forme d'un article scientifique (Nguyen *et al.*, 2015b).

Le chapitre 6 porte sur le développement d'une nouvelle méthode d'intégration numérique via les ondelettes de Haar pour des systèmes d'EDO de grande taille tels que les modèles présentés aux chapitres 4 et 5. Pour ce faire, le système d'EDO est converti en un système d'équations linéaires par une transformation de Haar. Afin de diminuer le temps de calcul, la méthode de segmentation proposée par Lepik (2008) a été jumelée à un algorithme d'adaptation des pas d'intégration. Cette approche novatrice permet de résoudre facilement les systèmes raides d'EDO de grande taille générés par l'approche RCT pour les échangeurs géothermiques. L'approche développée a été testée sur trois cas d'études : 1) le modèle du cylindre source infini, 2) le modèle du PCP et 3) le modèle du puits vertical à boucle fermée. Les résultats démontrent que l'approche proposée permet d'obtenir des solutions comparables à celles obtenues par le solveur ode15s de MATLAB en plus d'être 3 à 17 fois plus rapide en temps de calcul. Ces travaux sont présentés sous la forme d'un article scientifique (Nguyen et Pasquier, 2015).

Finalement, le chapitre 7 présente une discussion générale portant sur les trois articles constituant les chapitres 4 à 6 et le chapitre 8 présente les principales conclusions et des recommandations pour des travaux futurs.

## CHAPITRE 4

### ARTICLE 1 : THERMAL RESISTANCE AND CAPACITY MODEL FOR STANDING COLUMN WELLS OPERATING UNDER A BLEED CONTROL

A. Nguyen<sup>1\*</sup>, P. Pasquier<sup>1</sup>, D. Marcotte<sup>1</sup>

Published in *Renewable Energy* 76 (2015) 743–756. doi :10.1016/j.renene.2014.11.080.

<sup>1</sup>Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O. Box 6079 Station Centre-Ville, Montréal, Canada H3C 3A7

\*Corresponding author – Phone : (514) 340 4711 ext. 3719 – Email : t.nguyen@polymtl.ca

#### Abstract

A fully coupled multiphysics model involving heat transfer and groundwater flow within a standing column well and its surrounding ground was modeled by means of a thermal resistance and capacity network coupled to an analytical solution. The transient groundwater velocity field and aquifer drawdown are addressed by applying a temporal superposition technique to the so-called Theis analytical equation. The heat pumps are integrated into the model, thereby allowing the effect of its entering water temperature on its capacity and coefficient of performance to be accounted for. To increase the flexibility of the approach, a three-level bleed control and an on-off sequence is included in the model, in order to allow the simulation of the dynamics of a system operation. The results show that the model developed in this paper is consistent with numerical reference solutions.

#### 4.1 Introduction

In many countries, ground coupled heat pump systems (GCHPS) are considered to be an environmentally friendly technology with a wide range of applications such as space heating and air conditioning for commercial and institutional buildings. Among these systems, standing column well (SCW) systems, which consist of a deep vertical open borehole filled with groundwater up to the water table level, have the potential to deliver much higher heat exchange rates than conventional GCHPS made of vertical closed-loop borehole heat exchangers (BHE) (Yavuzturk et Chiasson, 2002).

In a SCW, groundwater is first pumped from the base of a well to a plate heat exchanger to prevent fouling in the heat pump before being re-injected at the top of the same well (Fig. 4.1).



To help maintain the heat pump's entering water temperature (EWT) within its operational limits during peak periods, the performance of the system can be enhanced by discharging part of the pumped water, thereby creating a drawdown that induces groundwater flow to the SCW. This operation, known as bleed, is a key feature to enhance heat exchange with the surrounding ground as it includes advection as a heat transport mechanism in addition to conduction.

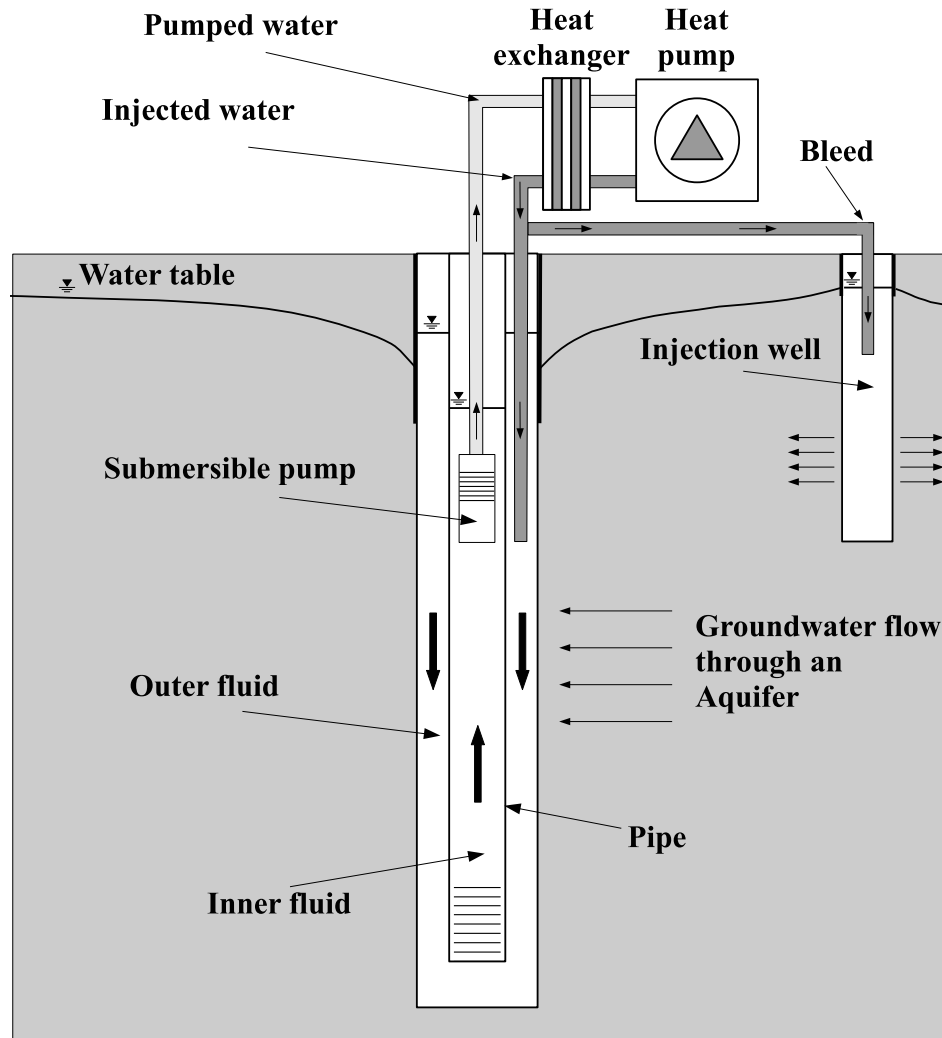


Figure 4.1 Illustration of a SCW system.

Some regulatory agencies require to return the bleeding water to the same aquifer through an injection well. In such case, the injection well should be far enough so that no thermal short-circuiting occurs with the SCW. Otherwise, the bleed water can be diverted elsewhere. Multiple bleed levels can be implemented in order to reduce the volume of discharged

groundwater and limit the aquifer drawdown, or simply to reduce the power consumption of the submersible pumps, which increases with the lowering of the groundwater level in the well.

In cold climates, the bleed control is sometimes not sufficient to stabilize the groundwater temperature inside the SCW. To prevent the mechanical failure of the heat pumps, an on-off sequence can be initiated, thereby gradually decreasing the thermal ground load (e.g. shutting down sequentially the building's heat pump compressors) until the EWT returns to a suitable temperature. During that time, an auxiliary heating system is required.

In recent years, a growing number of SCWs have been installed in regions where geological and hydrogeological conditions are suitable (Orio *et al.*, 2005, 2006). The increased popularity of such systems is due to the high thermal efficiency of SCWs, but also to the fact that SCWs require less land area than conventional closed-loop systems, an important factor in urban areas where there is little space between buildings.

Considering the complex underground thermal and hydraulic processes of SCW systems, various numerical models using finite volume and finite element methods were developed (Deng, 2004; Rees *et al.*, 2004; Abu-Nada *et al.*, 2008; Ng *et al.*, 2011; Croteau, 2011). However, these numerical models are computationally too heavy to be used in hourly simulation programs or design tools. Therefore, they are often simplified in actual designs by rules of thumb or approximations. This is why, recent research efforts have focused on the development of simplified models for SCW systems (Deng *et al.*, 2005; Ramesh et Spitler, 2012; Nguyen *et al.*, 2013).

Deng *et al.* (2005) used a 1D finite difference aquifer model, thus considering a uniform heat flux and temperature along the borehole wall. Furthermore, the borehole is modeled as a single node and the temperature of this node is approximated by the arithmetic mean value of the entering and leaving water temperatures. As a result, Ramesh et Spitler (2012) mentioned that the thermal short-circuit between the upward and downward fluid is not adequately accounted for.

In order to substantially reduce the computation cost of modeling the underground heat transfer problem without further simplifications, the system can be described as a network of thermal resistances and capacities, thereby transforming the advection-diffusion partial differential equation into a system of ordinary differential equation (ODE). Several authors have proposed this method to model the thermal energy transfer between the various compo-

nents of a closed-loop borehole heat exchanger under the assumption of pure heat conduction (De Carli *et al.*, 2010; Zarrella *et al.*, 2011; Bauer *et al.*, 2011a,b; Pasquier et Marcotte, 2012, 2014; Eslami-nejad et Bernier, 2012).

Ramesh et Spitler (2012) recently used a similar approach for a quasi two-dimensional SCW where the borehole is 2D and the surrounding ground is 1D. The authors attempted to adequately model the thermal short-circuit between the injected and pumped water inside the SCW and to improve Deng’s simplified 1D model. In their model, Ramesh et Spitler (2012) neglected the transient hydraulic head variation in the aquifer by assuming that a drawdown cone around the well is instantly developed, which sometimes take a few days in aquifers.

This paper presents a dynamic 2D axisymmetric thermal resistance and capacity model (TRCM) that couples transient heat transfer and groundwater flow in a SCW system. The integration of the transient component of the groundwater flow allows to take into account the temporal evolution of the groundwater velocity field and the well drawdown during bleed operations, an original contribution to the field. To increase the flexibility of the proposed approach, a three-level bleed control as well as a heat-pump on-off sequence is also incorporated into the model. This work is an extended presentation of the work done by Nguyen *et al.* (2013) as it introduces additional features and presents original validation scenarios.

## 4.2 Methodology

In the following section, the approach used to construct the model is presented with sufficient details to allow the interested reader to reproduce the results presented hereinafter. To simplify the complex heat and mass transfer process involved in a SCW, the real geometry described in Fig. 4.1 was simplified to the geometry presented in Fig. 4.2 and all developments presented in this section are based on the following assumptions :

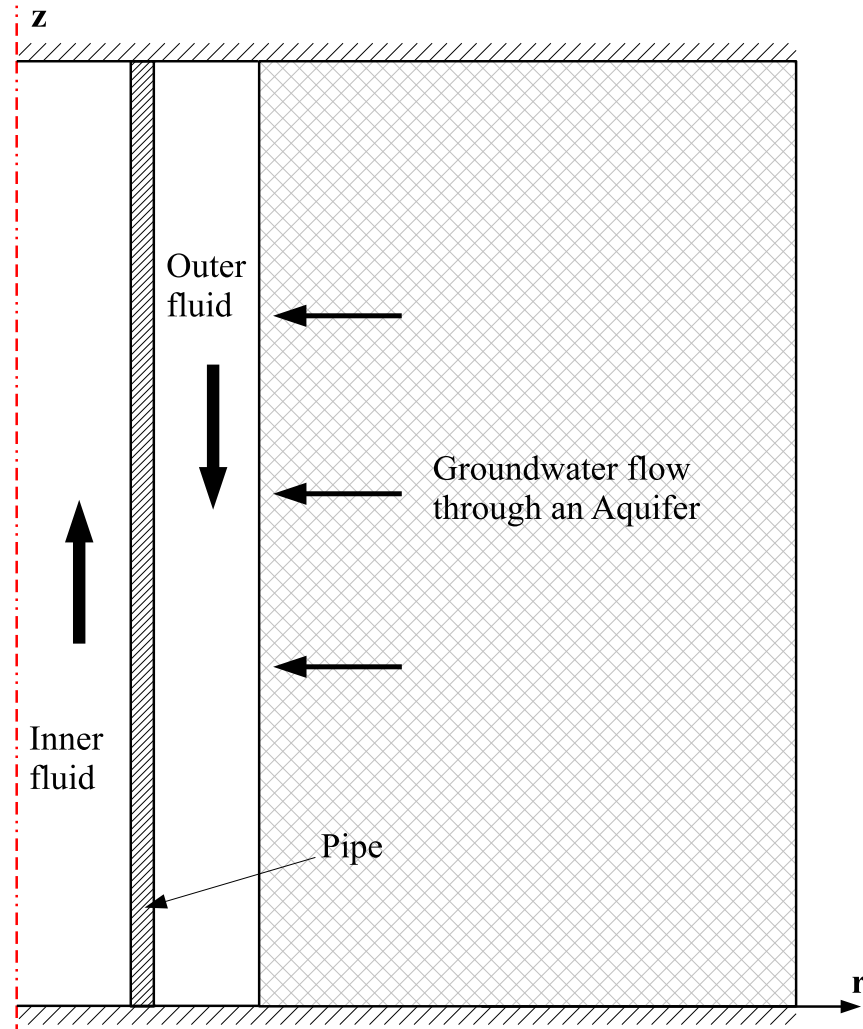


Figure 4.2 Simplified geometry of a SCW system based on the model assumptions.

1. The bleeding flow is not reinjected into the aquifer. This assumes that either 1) the injection well is far enough so that no thermal short-circuiting occurs or 2) the bleeding flow is diverted elsewhere (e.g. storm sewer).
2. Only one SCW is considered ; there is no thermal nor hydraulic interaction.
3. The aquifer is confined, fully saturated, homogeneous, infinite and obeys Darcy's Law.
4. The flow direction in the model is known *a priori* and can't be reversed as illustrated in Fig. 4.2.
5. The flow inside the SCW is vertical and fully turbulent. This assumption is valid since the Reynolds number inside the well is usually above 10 000 in normal operation conditions.
6. There is no regional or vertical groundwater flow in the aquifer.

7. The flow in the aquifer is either radially convergent to the well, or inexistent if the bleed is not activated.
8. The domain extending below the well is not considered.
9. The heat pumps are connected in parallel.
10. When the EWT reaches the temperature limits of the heat pumps, some heat pumps are deactivated. In such conditions, an auxiliary heating or cooling system is used to meet the building energy demand.
11. The modeling of a plate heat exchanger, which is usually installed between a heat pump and the well, is not considered in this model.

#### 4.2.1 Heat transfer model

For a given control volume, the temperature  $T$  ( $K$ ) variation over time  $t$  ( $s$ ) and space is based on the rate of internal energy change, which is given by :

$$C \frac{dT}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (4.1)$$

where  $C$  is the thermal capacity ( $J/K$ ) and  $Q$  is the heat flow ( $W$ ). Using  $Q = Q_{in} - Q_{out}$ , one obtains :

$$Q = \frac{\Delta T}{R} \quad (4.2)$$

where  $\Delta T$  is the temperature difference ( $K$ ) and  $R$  is the thermal resistance ( $K/W$ ) between two connected nodes. The SCW and its surrounding ground can be discretized into a nodal network of interconnected thermal resistances as illustrated in Fig. 4.3.

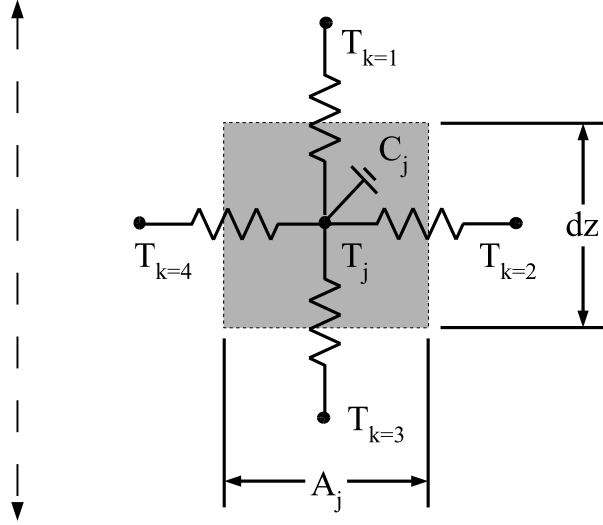


Figure 4.3 Illustration of the capacity distribution – control volume network.

By combining Eqs. 4.1 and 4.2, the governing equation for heat transfer can be expressed by :

$$C_j \frac{dT_j}{dt} = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{T_k - T_j}{R_k} \quad \forall j = 1 \dots n \quad (4.3)$$

where  $n$  is the total number of nodes in the network,  $j$  is the node index,  $n_j$  is the number of neighboring nodes to node  $j$  and  $k$  is the index of the neighboring node.

Given the coaxial symmetry of a SCW, the domain can be divided into several sub-domains to allow the different components of the well to be accounted for as illustrated in Fig. 4.4. For the discretization, each sub-domain is then divided radially into  $n_r$  annular regions and vertically into  $n_z$  layers of interconnected radial ( $R$ ) and vertical ( $\tilde{R}$ ) thermal resistances as illustrated in Fig. 4.5. However, to solve Eq. 4.3, one first needs to evaluate  $C_j$  and  $R_k$  for each node.

#### 4.2.2 Thermal capacity

Transient heat transfer in the model is simulated by introducing a thermal capacity to each node, which corresponds to its surrounding control volume. As illustrated in Fig. 4.3, the capacities  $C_j$  ( $J/K$ ) associated with each node  $j$  are distributed throughout the network as follow :

$$C_j = \rho_j c_j v_j \quad \forall j = 1 \dots n \quad (4.4)$$

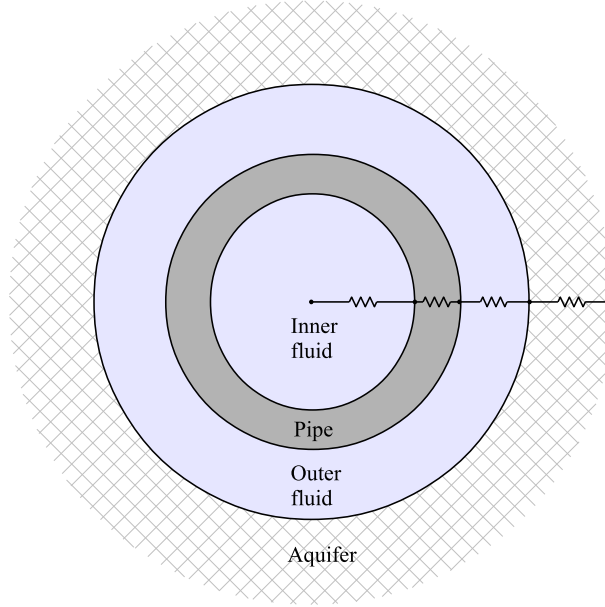


Figure 4.4 Thermal resistances in the radial direction associated with the different components of the SCW.

where  $\rho_j$  is the density ( $kg/m^3$ ) and  $c_j$  is the specific heat capacity ( $J/(kg \cdot K)$ ) associated to the control volume  $v_j$  ( $m^3$ ).

The control area  $A_j$  for each node  $j$  is given by :

$$A_j = \frac{\pi(r_j^2 - r_{j-1}^2)}{2} + \frac{\pi(r_{j+1}^2 - r_j^2)}{2} \quad (4.5)$$

where  $r_j$  is the radial location of node  $j$ . For the pipe, outer fluid and aquifer sub-domains, the  $r$  value is a function of the discretization and thermal property of the domain and is given by Pasquier et Marcotte (2012, 2014) :

$$r_{j+1} = r_j e^{2\pi k \frac{R}{n}} \quad \forall j = n_p \dots n_r \quad (4.6)$$

with  $k$  the thermal conductivity ( $W/(m \cdot K)$ ) of the material. Table 4.1 summarizes the parameters used in Eq. 4.7 for each component of the SCW.

Tableau 4.1 Parameters for each component of the SCW.

SCW components	$k$ (W/(m·K))	$R$ (K/W)	$n$ (-)
Inner Fluid	—	$R_{fi}$	$n_{fi}$
Pipe	$k_p$	$R_p$	$n_p$
Outer Fluid	—	$R_{fo}$	$n_{fo}$
Aquifer	$k_a$	$R_{da}$	$n_a$

Note that the inner fluid in the SCW is assumed to be perfectly mixed radially and is represented only by two nodes located at  $r = 0$  and along the inner pipe radius  $r_{pi}$ , therefore :

$$\begin{aligned} r_j &= 0, & j &= 1 \\ r_j &= r_{pi}, & j &= 2 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Furthermore, the model is discretized vertically into  $n_z$  layers of equal thickness  $dz$ . The node distribution provided by Eq. 4.6 and 4.7 is repeated for each layer, thus providing a set of sub-resistances. To simulate the correct amount of thermal capacity in the model, the thickness  $dz$  of the first and last layer in the network is halved. The node's control volume  $v_j$  is therefore given by :

$$v_j = A_j dz \tag{4.8}$$

The heat transfer which takes place at the interfaces between 2 different components is particularly important as it has significant impact on the outcome of the simulation. Thus, blank regions with a null radial resistance ( $R = 0$ ) are squeezed in at the interfaces to prevent the capacities of 2 different components from being mixed within the same control volume. This ensures that a single material is attributed to each node, which we found particularly important when a moving fluid is in contact with an immobile material for instance. Although this method was chosen for its simplicity, other approaches such as a node-centered mesh can also be applied.

An example of a TRCM is provided in Fig. 4.5 for a case where the SCW system is discretized into 11 annular regions (including 3 blank regions) and 3 layers ( $n_p = n_{fo} = 2, n_a = 3$  and  $n_z = 3$ ) for a total of 36 nodes, 33 radial and 24 vertical thermal sub-resistances.



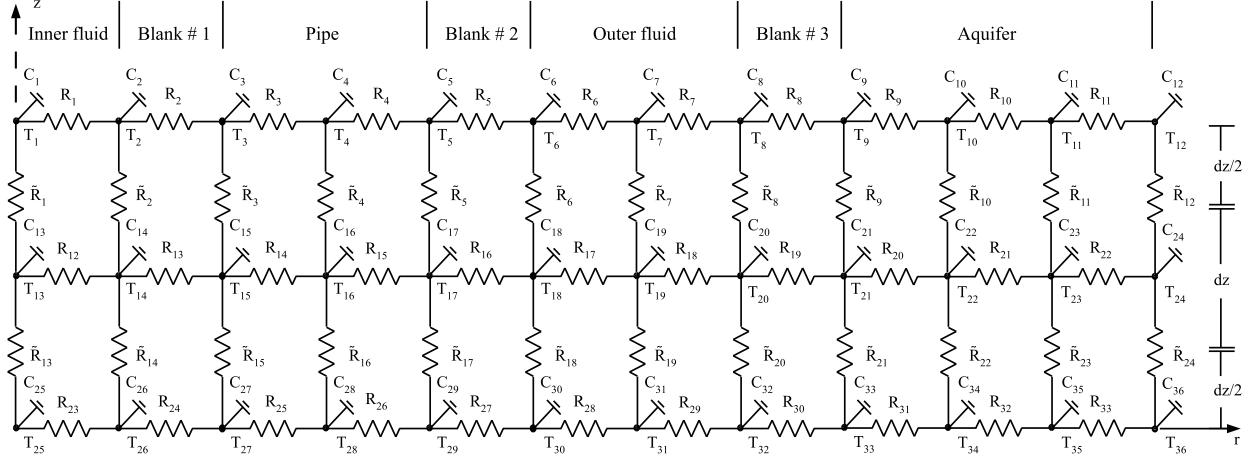


Figure 4.5 An example of a TRCM for a case where the SCW system is discretized into 11 annular regions (including 3 blank regions) and 3 layers ( $n_p = n_{fo} = 2$ ,  $n_a = 3$  and  $n_z = 3$ ) for a total of 36 nodes, 33 radial thermal resistances and 24 vertical thermal resistances. Subscript  $j$  refers to the node's index.

#### 4.2.3 Thermal resistance

Both the advection and conduction contribute to the thermal energy transport between the different components in a SCW. Due to the different heat transfer mechanisms, advective and conductive thermal resistance must be assigned accordingly in the network. In this section, the methodology used to express the radial ( $R$ ) and vertical ( $\tilde{R}$ ) thermal resistances of each component of the SCW system is presented. For reasons of clarity, a summary of the sub-resistances used for each component of the SCW is presented in Table 4.2.

Tableau 4.2 Summary of sub-thermal resistance for each component of the SCW.

SCW components	$R$ (K/W)	$\tilde{R}$ (K/W)
Inner Fluid	$R_{fi} = 0^+$	$\tilde{R}_{fi} = \frac{1}{A_j \nu_i \rho c}$
$R_{pe} = R_{ic} + R_p + R_{oc}$		
Pipe	$R_{ic} = \frac{1}{Nu_{fi} k_f \pi}$	$\tilde{R}_p = \frac{dz}{k_p A_j}$
	$R_p = \frac{\ln(r_{po}/r_{pi})}{2\pi k_p dz}$	
	$R_{oc} = \frac{1}{Nu_{fo} k_f \pi} \frac{r_h}{r_{po}}$	
Outer Fluid	$R_{fo} = 0^+$	$\tilde{R}_{fo} = \frac{1}{A_j \nu_o \rho c}$
Aquifer	$R_{da} = \frac{\ln(r_a/r_b)}{2\pi k_a dz}$	$\tilde{R}_a = \frac{dz}{k_a A_j}$
	$R_{aa} = \frac{1}{\nu_D A \rho c}$	
	$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_{da}} + \frac{1}{R_{aa}}$	

### Inner and outer fluid resistances

Due to pumping action, the dominant heat transport mechanism in the inner and outer fluid is heat advection. By introducing the heat transfer equation for a fluid in motion :

$$Q = \dot{V} \rho c \Delta T \quad (4.9)$$

where  $\dot{V}$  is the pumping flow rate ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),  $\rho$  is the density of the fluid and  $c$  is the specific heat capacity ( $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ), Eq. 4.9 can be rearranged as a function of the velocity of the inner and outer fluid  $\nu_i$  ( $\text{m}/\text{s}$ ) and  $\nu_o$  ( $\text{m}/\text{s}$ ) to obtain the fluid's vertical advective thermal resistances :

$$\tilde{R}_{fi} = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{1}{A_j \nu_i \rho c} \quad (4.10)$$

and

$$\tilde{R}_{fo} = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{1}{A_j \nu_o \rho c} \quad (4.11)$$

Conservation of mass is used inside the SCW to determine  $\nu_i$  and  $\nu_o$  at depth  $z$ . Moreover,

the fluid's radial thermal resistance varies according to the flow regime. As used by Bauer *et al.* (2011a), the inside and outside film convective resistances,  $R_{ic}$  and  $R_{oc}$ , are expressed by :

$$R_{ic} = \frac{1}{Nu_{fi} \cdot k_f \cdot \pi} \quad (4.12)$$

and

$$R_{oc} = \frac{1}{Nu_{fo} \cdot k_f \cdot \pi} \frac{r_h}{r_{po}} \quad (4.13)$$

where  $Nu_{fi}$ ,  $Nu_{fo}$ ,  $k_f$  and  $r_h$  are the Nusselt number for the inner and outer fluid, the fluid's thermal conductivity and the hydraulic radius of the annulus, respectively. For turbulent flow in smooth pipes,  $Nu$  is obtained with the correlation proposed by Dittus et Boelter (1930) :

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n \quad (4.14)$$

where  $Re$  is the Reynolds number and  $Pr$  is the Prandtl number. According to Dittus et Boelter (1930), the exponent  $n$  is equal to 0.4 in heating mode and 0.3 in cooling mode. To simplify the modeling, the exponent  $n$  is set to a mean value of 0.35 for both operation mode as done by Yavuzturk et Chiasson (2002).

### Pipe resistance

The pipe can be represented by a hollow cylinder, therefore, the pipe resistance  $R_p$  is given by :

$$R_p = \frac{\ln(r_{po}/r_{pi})}{2\pi k_p dz} \quad (4.15)$$

where  $r_{po}$  and  $r_{pi}$  are the outer and inner radius of the pipe (m),  $k_p$  is the thermal conductivity of the pipe (W/(m·K)) and  $dz$  is the thickness of the layer (m).

Vertically, heat diffuses through a plane surface  $A$  (m<sup>2</sup>) and  $\tilde{R}_p$  is equal to :

$$\tilde{R}_p = \frac{dz}{k_p A_j} \quad (4.16)$$

To reduce the number of nodes and accelerate the solution process, the inside ( $R_{ic}$ ) and outside ( $R_{oc}$ ) convective resistances are lumped together with the pipe resistance, as proposed by Bauer *et al.* (2011a), in an equivalent pipe resistance  $R_{pe}$  given by :

$$R_{pe} = R_{ic} + R_p + R_{oc} \quad (4.17)$$

### Aquifer resistance

When bleed occurs, heat transfer in the aquifer is governed by advection and heat conduction. In this work, an equivalent thermal resistance for the aquifer ( $R_a$ ) is obtained by combining a diffusive ( $R_{da}$ ) and an advective ( $R_{aa}$ ) resistance under the assumption of a parallel configuration (See Fig. 4.4).

The conductive thermal resistance in the radial direction  $R_{da}$  is first obtained by :

$$R_{da} = \frac{\ln(r_a/r_b)}{2\pi k_a dz} \quad (4.18)$$

where  $r_a$  is the radius of the aquifer (m),  $r_b$  is the borehole radius (m) and  $k_a$  is the thermal conductivity of the aquifer (W/(m·K)). One should note that no film should form on the borehole wall due to its high roughness ; therefore the convective resistance along the borehole wall should tend to zero, thus allowing us to neglect this term.

Heat transfer by advection in the aquifer is due to the bleeding part of the pumped water. This is taken into account with the advective thermal resistance given by :

$$R_{aa} = \frac{1}{\nu_D(r, t) A \rho c} \quad (4.19)$$

where  $\nu_D(r)$  is Darcy's horizontal velocity of the aquifer with respect to  $r$ , the latter being governed by the groundwater flow model detailed in the following subsection and  $A$  is the area perpendicular to the flow direction ( $m^2$ ).

The equivalent thermal resistance  $R_a$  is obtained by combining both the diffusion and advection resistances under the assumption of parallel configuration :

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_{da}} + \frac{1}{R_{aa}} \quad (4.20)$$

In situations where the groundwater velocity field is insignificant (i.e. when the system is not bleeding),  $R_{da}$  becomes small compared to  $R_{aa}$ , thus  $R_a \simeq R_{da}$ .

Finally, assuming there is no vertical groundwater flow in the aquifer, the vertical resistance  $\tilde{R}_a$  is expressed by :

$$\tilde{R}_a = -\frac{dz}{k_a A_j} \quad (4.21)$$

#### 4.2.4 Groundwater flow model

Groundwater flow is an important element when bleed is activated. In this work, the transient behavior of the groundwater velocity field and well drawdown are considered, which is particularly important if bleed is modulated. In this work, we propose to model transient groundwater flow in a confined aquifer using the so-called Theis analytical solution (Bear, 1979) :

$$s(r, t) = \frac{\dot{V}}{4\pi K b} \int_{\frac{r^2 S}{4Tt}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (4.22)$$

where  $s$  (m) is the drawdown around a well pumped at a flow rate  $\dot{V}$  (m<sup>3</sup>/s),  $K$  is the hydraulic conductivity (m/s),  $b$  is the aquifer thickness (m),  $T$  is the transmissivity (m<sup>2</sup>/s),  $S$  is the storativity (-) and  $r$  is the distance from the well (m). Note that Eq. 4.22 is in fact the widely used line-source solution (Ingersoll *et al.*, 1954; Carslaw et Jaeger, 1959) applied to the field of hydrogeology. When applied to groundwater flow, Eq. 4.22 assumes a confined, fully saturated, homogeneous and infinite aquifer.

In a SCW, the net pumping flow rate is in fact the bleeding flow rate  $B$  (m<sup>3</sup>/s). If  $B$  is modulated over time and can be represented by a step function, the temporal superposition principle (see for example Marcotte et Pasquier (2008); Pasquier et Marcotte (2013)) can be used to express the time dependent drawdown in the aquifer at any time  $t \equiv t_{n_t}$  :

$$s(r, t) = \sum_{i=1}^{n_t} \frac{B(t_i) - B(t_{i-1})}{4\pi K b} \int_{\frac{r^2 S}{4T(t-t_{i-1})}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (4.23)$$

where  $n_t$  is the number of time steps and  $i$  ( $1 \leq i \leq n_t$ ) is the time step index.

For an aquifer, the groundwater motion can be described by Darcy's law :

$$\nu_D(r, t) = K \frac{ds}{dr} \quad (4.24)$$

In presence of bleed, the flow in the aquifer is therefore radial while there is no flow at all in the aquifer if the bleed is not activated. One should note that  $\nu_D(r)$  act as the coupling term between the heat transfer model and the groundwater flow model and links Eqs. 4.19 and 4.23. Also, note that the advective thermal resistance (Eq. 4.19) is related to Darcy's velocity and the groundwater volumetric heat capacity. Therefore, the effect of the bleed on the heat capacities of the ground is fully accounted for.

#### 4.2.5 Initial solution and boundary conditions

##### Initial solution and aquifer boundary conditions

The axial effects were shown to be important for the long-term performance and design of closed-loop systems (Marcotte *et al.*, 2010). They are expected to be as important for a SCW system. To account for the vertical variation of the ground temperature associated with depth, the initial ground temperature distribution is obtained by :

$$T(z, 0) = T_{z=0} + \frac{q_g}{k_a} \cdot z \quad (4.25)$$

where  $T_{z=0}$  is the mean surface temperature,  $q_g$  is the geothermal heat flux and  $z$  is the depth. For simplicity, seasonal variations of the ground surface temperature are not accounted for since it is assumed that the SCW is buried and quite deep. Therefore, its effect can be neglected. The far field temperature is set constant while a prescribed heat flux is set at the aquifer's bottom boundary. An outflow is set at the surface of the ground.

##### Entering water temperature

The heat pumps  $EWT$  correspond to the average temperature of the node's inner fluid along the first layer. This boundary is set as a thermal outflow and  $EWT$  is obtained through :

$$EWT = \frac{1}{r_{pi}} \int_0^{r_{pi}} T(r) dr \quad (4.26)$$

The value of  $EWT$  affects the heat pump's performance, commonly associated with its capacity ( $CAP$ ), and its coefficient of performance ( $COP$ ). The relation between a single stage heat pump's  $EWT$ ,  $COP$  and  $CAP$  is explicitly included in this proposed model. The temperature variation  $\Delta T$  at the well head is therefore represented by :

$$\Delta T = (n - n_{off}(EWT)) \cdot \frac{CAP(EWT)}{\dot{V}_{\rho c}} \cdot \left( 1 \pm \frac{1}{COP(EWT)} \right) \quad (4.27)$$

where  $\dot{V}$  is the total pumped flow rate ( $\text{m}^3/\text{s}$ ),  $n$  is the total number of installed heat pumps and  $n_{off}$  is the number of deactivated heat pumps. The management of  $n_{off}(EWT)$  is detailed in the following subsection.

### Leaving water temperature

The node's temperature corresponding to the outer fluid along the first layer (the annular region) is set equal to the heat pump's leaving water temperature ( $LWT$ ) and is given by :

$$LWT = EWT \pm \Delta T \quad (4.28)$$

This configuration simulates the interaction between the SCW and the building's heat pumps.

### Return - U Loop

Finally, the node's temperature along the last layer of the outer fluid are set as an outflow and correspond to the fluid's temperature before the loop  $T_{loop}$ . Hence, the temperature of the nodes along the last layer of inner fluid are set equal, which simulates the recirculation of the groundwater at the bottom of the SCW.

## 4.3 Simulation strategy

To simulate the operation of the SCW, efforts were directed towards the coupling of a SCW with the heat pumps installed in a building and the actual building energy load. In the model presented in this work, the heat pumps were modeled using commercially available performance charts, which allow to evaluate the  $COP$  as well as the  $CAP$  at any time step. The simulation is then conducted from a set of predetermined building loads, which corresponds to the energy required to keep a constant EWT on the heat pumps load side (21 °C).

Based on the hourly building load, a set of required heat pumps  $n_{hp}$  is pre-calculated as a floor function given by :

$$n_{hp}(t) = \left\lfloor \frac{Q_b(t)}{CAP_{nominal}} \right\rfloor \quad (4.29)$$

Thus, it is assumed that an auxiliary heating or cooling system is used to meet the remaining building energy demand. At each given time step, the three-level bleed control and the on-off sequence are managed through a function that simulates the dynamic operation of a SCW system. Subsequently, the current EWT is compared with a set of temperature thresholds assigned by the user.

Whenever the EWT crosses one of the thresholds that modulates the bleeding rate  $B$ , the corresponding solver's time step is assigned to  $t_i$  and the temporal superposition of the Theis function is applied using Eq. 4.23. Then,  $R_{aa}$  is recalculated based on Eq. 4.19. An example of

a three-level bleed function is provided in Fig. 4.6 for a case where a bleed ratio  $\beta = B/\dot{V}$  of 5, 10 and 15 % are triggered at 10, 8, 6 °C in heating season and 34, 36, 38 °C in cooling season.

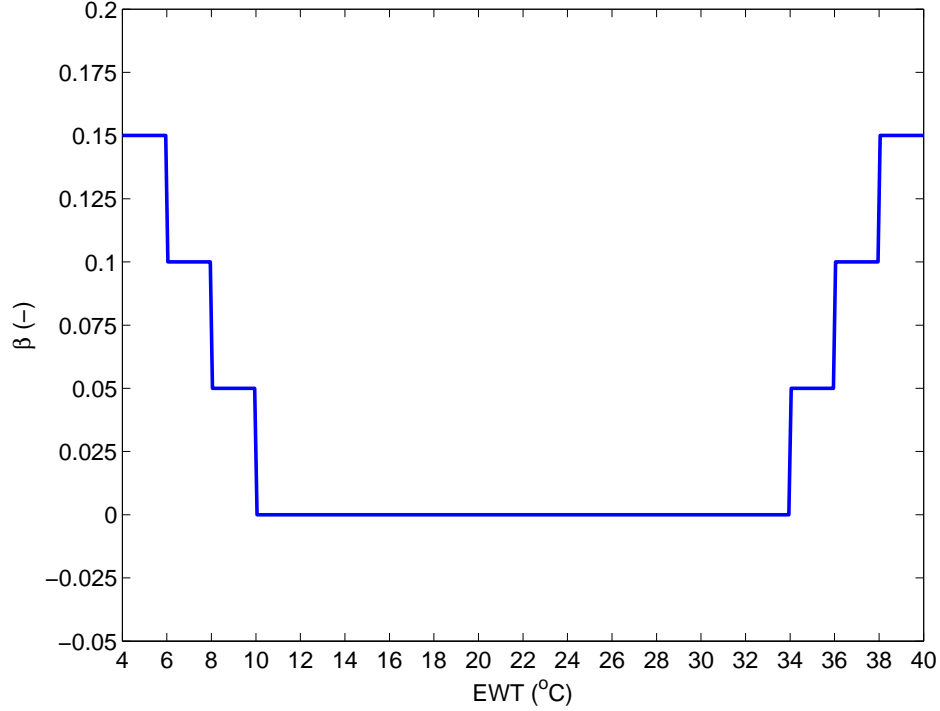


Figure 4.6 Function used to describe the bleed ratio as a function of the EWT.

To protect the heat pumps against potential mechanical failure, an on-off sequence is activated when the last temperature threshold is reached, which sequentially deactivates them at regular intervals. As a result, the current solver's time step is assigned to the  $t_{off}$  variable and a first heat pump is deactivated ( $n_{off} = 1$ ). Note that the pumping flow rate remains the same to allow quick modification of the EWT. If the EWT remains below that temperature 30 minutes after the first heat pump was deactivated, a second heat pump is shut down ( $n_{off}$  is raised by 1) and a new  $t_{off}$  value is assigned as the current time  $t$ . This procedure is repeated until all the installed heat pumps ( $n$ ) are deactivated ( $n_{off} = n$ ). During this process, as soon as the EWT returns to that temperature, all the heat pumps are allowed to restart, ( $n_{off}$  is set back to 0). Note that this approach is only valid for centralized systems. For clarity purposes, Fig. 4.7 provides an example of an on-off sequence for a system with 4 heat pumps.



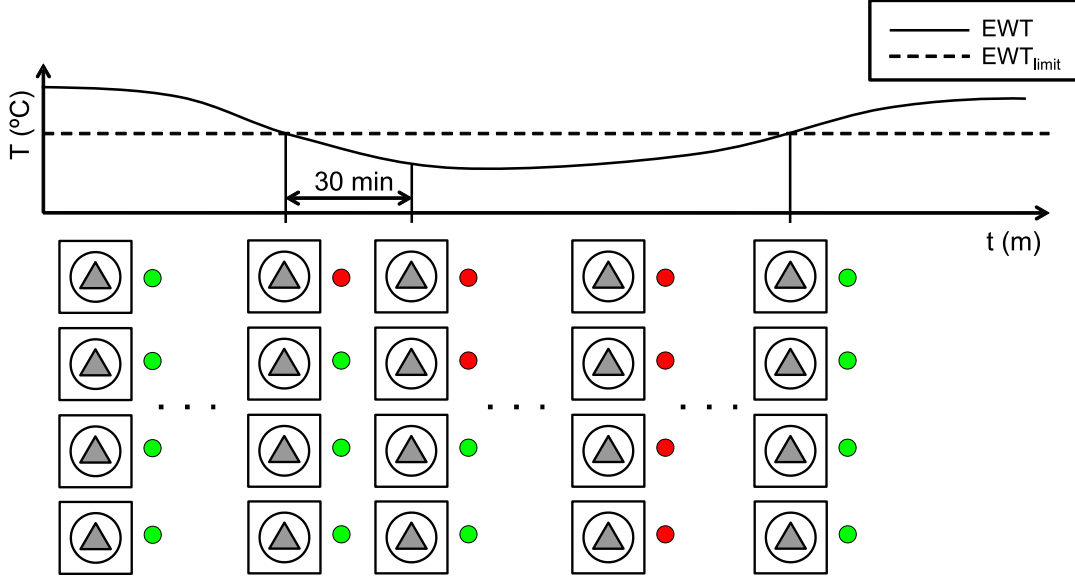


Figure 4.7 Illustration of an on-off sequence for a system with four heat pumps.

The advection-diffusion heat equation is simplified to a dynamic system of ODEs, which is subject to initial and boundary conditions. Note that the network expressed by Eq. 4.3 can easily be integrated by solvers such as those provided by MATLAB (The MathWorks Inc., 2011), which allow the temperature to be computed at any node and time step.

#### 4.3.1 Methodology summary

The main computation steps are summarized below :

1. Define domain's geometry  $r_{pi}$ ,  $r_{po}$ ,  $r_b$ ,  $r_a$  and  $h$ .
2. Set the discretization  $n_{fi}$ ,  $n_p$ ,  $n_{fo}$ ,  $n_a$  and  $n_z$ .
3. Use Eq. 4.4 to attribute the thermal capacities  $C_j$ .
4. Use Eqs. [4.10 to 4.21] to calculate the thermal resistances  $R_k$  in the network.
5. Define the temperature threshold for the three-level bleed control and the on-off sequence.
6. Solve Eq. 4.3 under the constraints presented in the previous subsections.

#### 4.4 Verification scenarios and comparison against a reference solution

In this section, two scenarios are presented to illustrate the various functionalities of the proposed model while two other scenarios compare the approach proposed in this paper against

a reference finite element model developed in the COMSOL Multiphysics 4.3a environment by Nguyen *et al.* (2012).

#### 4.4.1 Scenario A — Short duration simulation

A short simulation of 12 hours of operation under constant heating load was conducted using parameters presented in Tables 4.3 and 4.4.

Tableau 4.3 Dimensions of the SCW system.

Parameters	Value (m)
$r_{pi}$	0.069
$r_{po}$	0.076
$r_b$	0.102
$r_a$	5
$b$	300

Tableau 4.4 Thermal and hydraulic properties.

	Inner Fluid	Pipe	Outer Fluid	Aquifer	Units
$\rho$	1000	1300	1000	2500	kg/m <sup>3</sup>
$c_p$	4200	1200	4200	800	J/(kg· K)
$k$	0.6	0.15	0.6	2.5	W/(m· K)
$T$	-	-	-	6e-4	m <sup>2</sup> /s
$S$	-	-	-	0.03	-
$Re$	4.9e4	-	1.9e4	-	-

For the sole purpose of demonstrating the method proposed in this work, a total of 8 heat pumps with nominal  $CAP$  of 10.5 kW per heat pump (Fig. 4.8) were chosen to meet the building's energy needs. A constant pumping rate  $\dot{V}$  of 5.4 L/s is used during the simulation and a three-level bleed control of  $\beta = 1.5, 3$  and  $4.5$  % of the total pumping rate starts when the  $EWT$  crosses the threshold. The on-off sequence starts whenever the EWT reaches  $4$  °C and  $42$  °C.

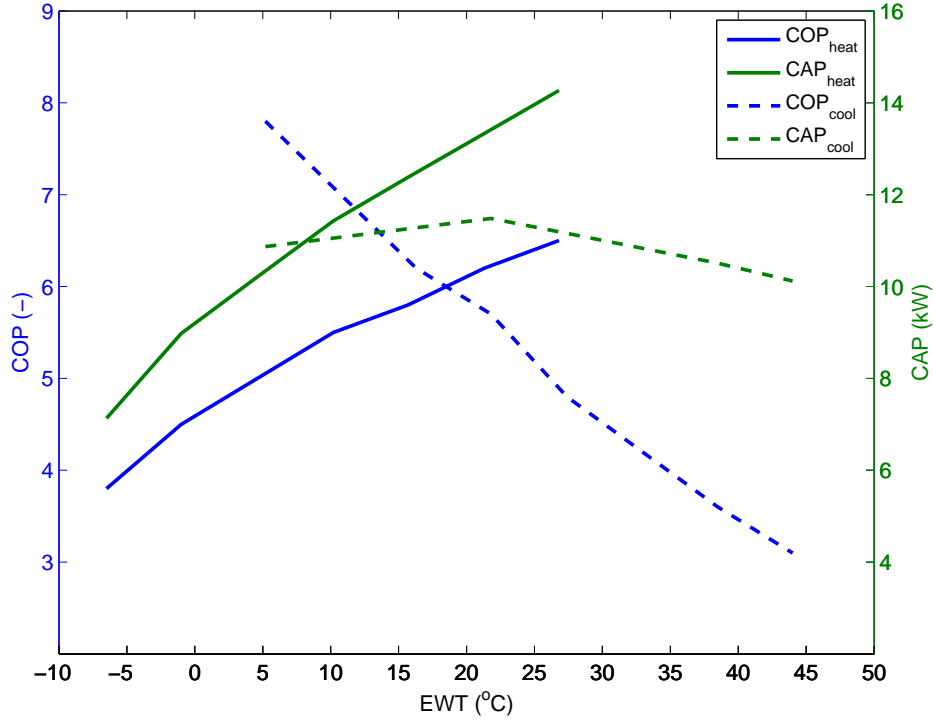


Figure 4.8 Interpolation functions used to describe the capacity (CAP) and the coefficient of performance (COP) of the heat pump used in the simulation.

#### 4.4.2 Scenario B — Annual simulation

Complex dynamic non-linear simulations can be costly in terms of computation time for finite element models. To demonstrate the potential of the proposed SCW model for its use in hourly simulation programs or design tools, a dynamic annual simulation was conducted. This scenario simulates a SCW system operating in a heating-dominant climate. To raise the ground temperature before the heating season, the system starts to operate around June in cooling mode. A building load is simulated by a set of required heat pumps with daily variations presented in Fig. 4.9. The peak cooling and heating loads are respectively 52.5 kW and 63 kW (5 and 6 heat pumps). To assess the benefit of bleeding, comparisons of a SCW system with and without a bleed control are carried out. The thresholds used are the same as presented in Fig. 4.6.

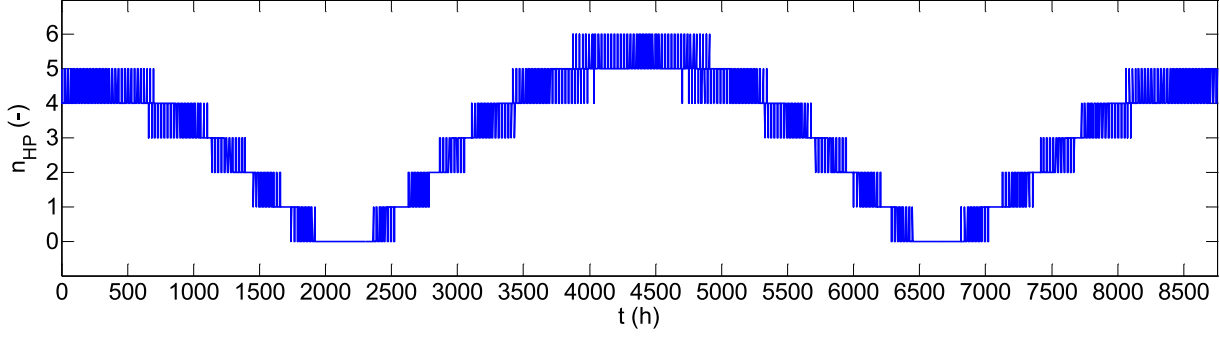


Figure 4.9 Illustration of the corresponding  $n_{hp}(t)$  in scenario B.

#### 4.4.3 Scenario C — Effect of bleed

To test and verify the validity of the proposed method to approach advection-diffusion type problems, the  $EWT$  values computed by 1) the proposed model and by 2) the reference finite element model are compared. The accuracy of the model proposed in this work is evaluated by a mean absolute error (MAE), an unbiased statistical estimator. A set of five simulations of 24 hours were investigated :

1. SCW operation without bleed ;
2. SCW operation with constant bleed  $\beta = 10 \%$  ;
3. SCW operation with constant bleed  $\beta = 20 \%$  ;
4. SCW operation with constant bleed  $\beta = 30 \%$  ;
5. SCW operation with multiple level of bleed ( $\beta(t) = 10 \%$ ,  $20 \%$  and  $30 \%$ ) triggered at 6 hours, 12 hours and 18 hours, respectively.

For sake of clarity, the reference finite element model is composed of three different materials (aquifer, pipe and water present in the SCW) and is modeled in a 2D axial symmetry. To improve accuracy, the far field extends to 100 m. For stability and precision, a total of 37000 quadratic elements are used to discretize the domain. An illustration of the meshing near the SCW is shown in Fig. 4.10.

The governing equation describing the groundwater flow in a confined and fully saturated aquifer under the assumption of an equivalent porous medium is obtained by combining the continuity equation (Eq. 4.30) with Darcy's law (Eq. 4.31), expressed by :

$$\rho S \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (4.30)$$

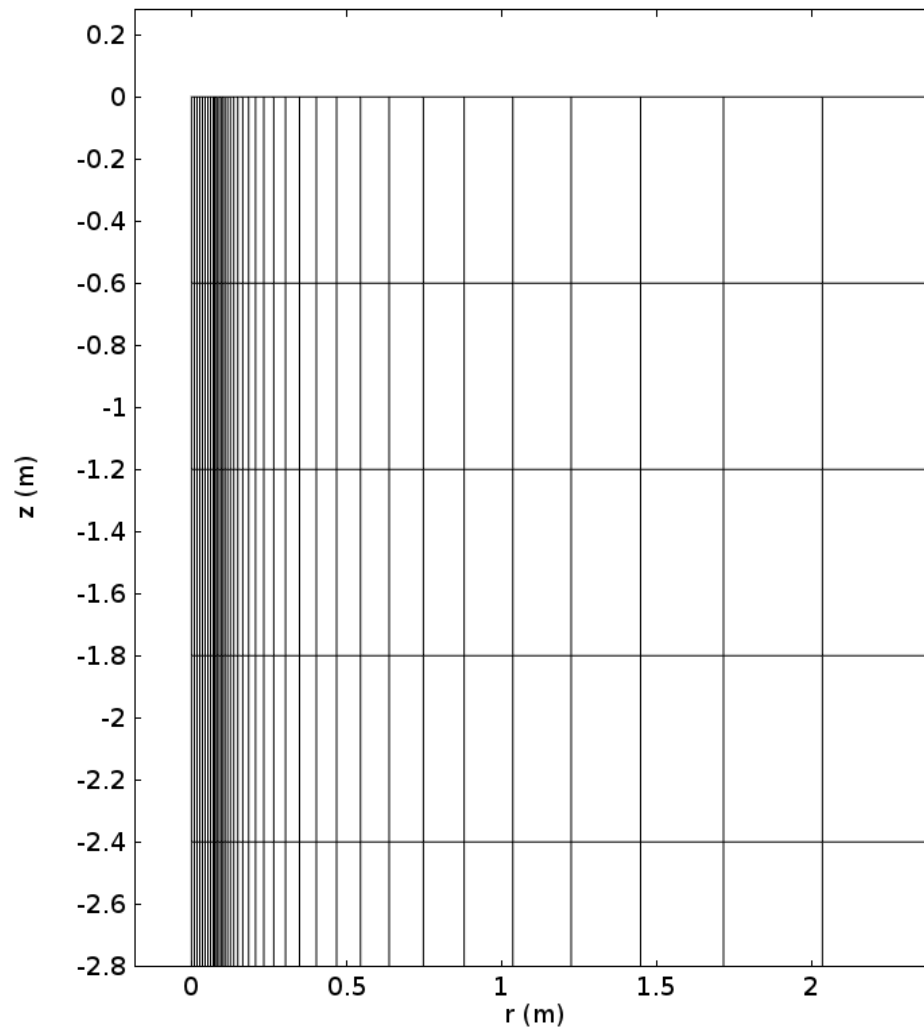


Figure 4.10 Illustration of the meshing in the finite element model. For clarity, Only the portion near the SCW is shown.

$$u = \frac{-K}{\rho g} \nabla p \quad (4.31)$$

where  $u$  is the Darcy velocity ( $m/s$ ),  $K$  is the hydraulic conductivity ( $m/s$ ),  $\rho$  is the fluid density ( $kg/m^3$ ),  $g$  is the gravitational acceleration ( $m/s^2$ ),  $p$  is the pressure ( $Pa$ ) and  $S$  is the specific storage ( $1/Pa$ ).

The water inside the SCW was modeled by assigning a very high value of hydraulic conductivity (300 m/s) and a porosity of 1.0 to that respective domain. Although it would have been possible to use the Navier-Stokes equation to simulate pure water flow, the Darcy's equation was chosen for simplicity. A low permeability and porosity were assigned to the domain representing the impervious pipe (1e-9).

The governing equation for the heat transfer model is given by :

$$(\rho C_p)_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k_{eq} \nabla T) \quad (4.32)$$

where  $k_{eq}$  and  $(\rho C_p)_{eq}$  are respectively the equivalent thermal conductivity and volumetric heat capacity which consider both the properties of the fluid and the solid matrix.

The finite element model integrates the building's heat pump and features both the three-level bleed control and on-off sequence. Further details on the proposed modeling strategy are described in Nguyen *et al.* (2012). Finally, the boundary conditions used to simulate the SCW system in this reference model are summarized in Fig. 4.11.

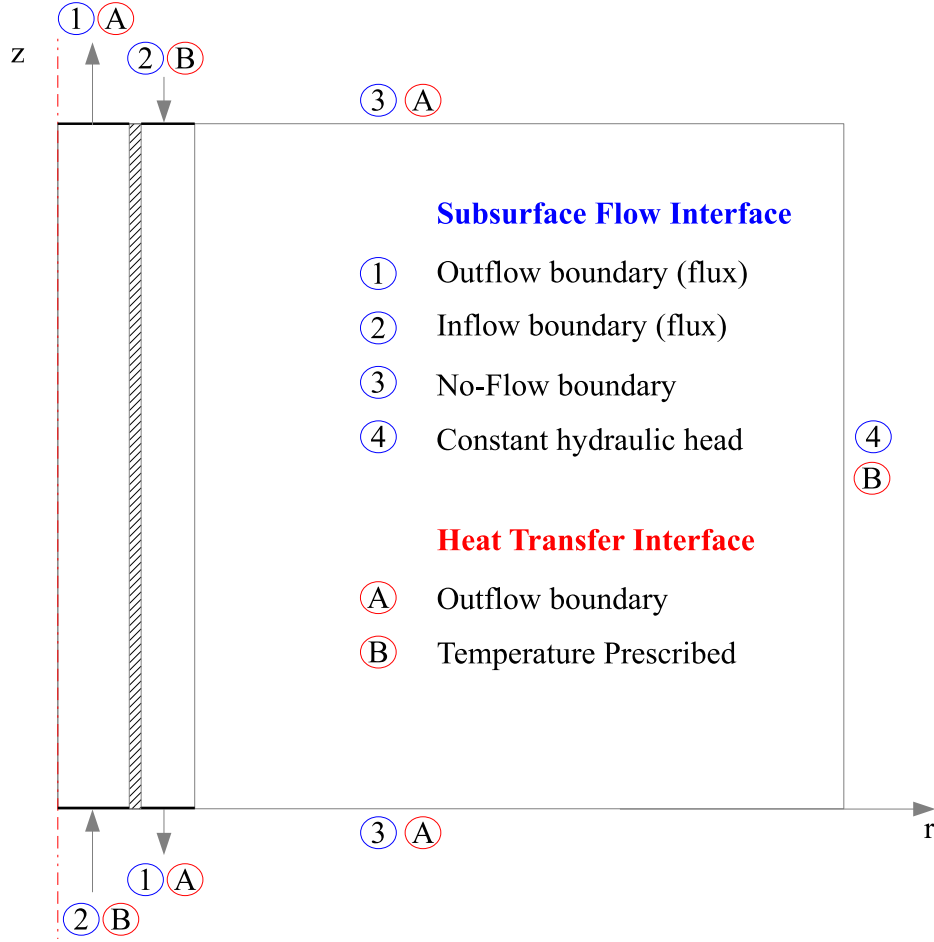


Figure 4.11 Illustration of the boundary conditions of the model.

#### 4.4.4 Scenario D — Implementation of bleed control and on-off sequence

A simulation of five days of operation under various heating and cooling loads was conducted. The simulation parameters described in section 4.4.1 are used in this scenario.

The SCW system is discretized into 65 annular regions ( $n_r = 65$ ) and 31 layers ( $n_z = 31$ ). To improve the accuracy, time steps of 60 seconds are taken and a relative tolerance of  $1e-4$  is set in both models.

### 4.5 Results and discussion

#### 4.5.1 Scenario A — Short duration simulation

Fig. 4.12 shows the EWT and LWT and the corresponding well drawdown over time. First, notice the increase of the EWT at the beginning of the operation due to the geothermal gradient. Next, the three hydraulic head drops corresponding to EWT at 10, 8 and 6 °C

show that the implementation of the bleed operation was successfully achieved by the model. Also, it indicates that the on-off sequence accurately started at 4°C and that a heat pump subsequently stopped every 30 minutes. One can also note that once the EWT went above the 4°C limit, all the heat pumps were allowed to restart. However, one should appreciate that this system was not meant to be optimally sized but to demonstrate the functionalities of the proposed model.

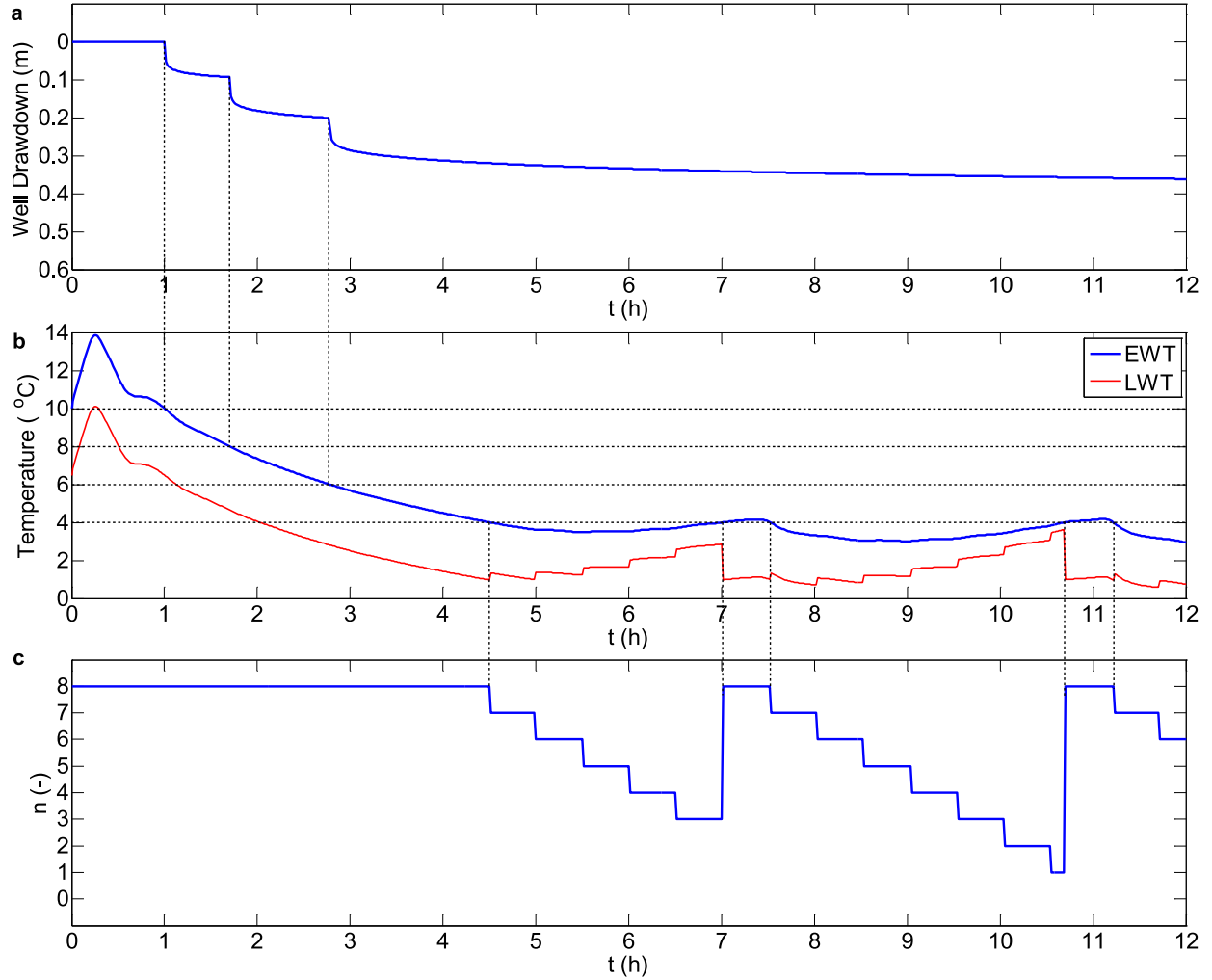


Figure 4.12 a) Evolution of the well drawdown; b) Corresponding EWT and LWT and c) number of corresponding heat pumps in scenario A.

#### 4.5.2 Scenario B — Annual simulation

The performance of the system was assessed in terms of percentage of energy delivered by the SCW system with respect to the building energy demand. For a SCW system operating



without bleed, the energy delivered by the heat pumps met only 63 % of the annual building energy demand (see Table 4.5).

Tableau 4.5 Summary of the annual, cooling and heating energy demand provided by the SCW system as a function of the bleed ratio  $\beta$  for scenario B.

	Annual demand (%)	Heating demand (%)	Cooling demand (%)
Without bleed	63	46	84
With bleed	90	83	100

However, only 46 % of the heating demand is met during the heating season and 84 % during the cooling season. For the case where a bleed control of 5, 10 and 15 % is implemented, the system is able to meet about 90 % of the building's energy demand (83 % in heating and 100 % in cooling). It is clear that when bleed is not used, the system under-performs. This really shows the benefit of bleed as it allows the system to deliver an additional 27 % of the annual building energy demand. We mention that when a bleed ratio of 10, 20 and 30 % is used, the energy delivered by the heat pumps met 100 % of the building energy demand. The resulting EWT and LWT as well as the well drawdown corresponding to  $\beta = 5, 10$  and 15 % are presented in Fig. 4.13.

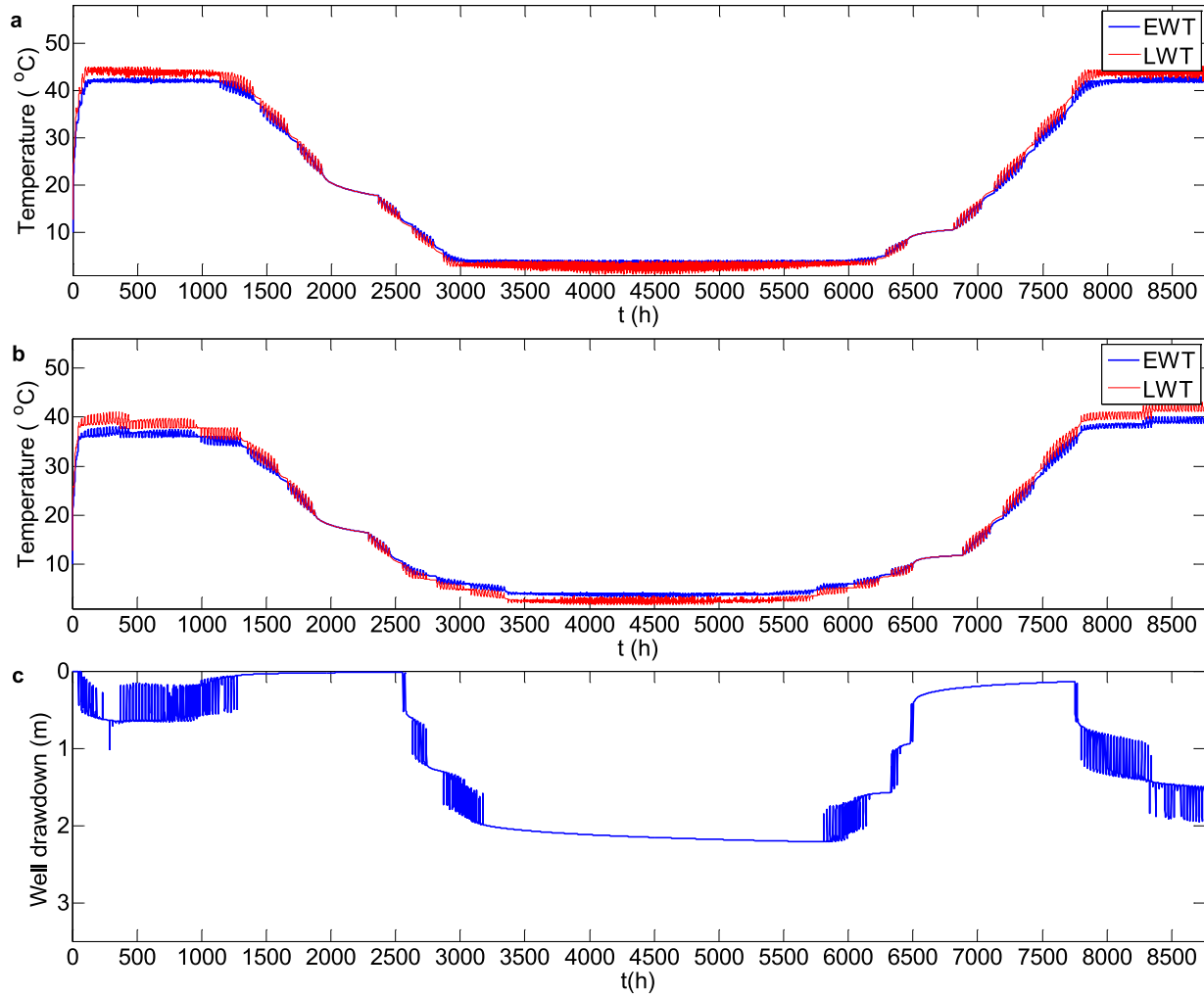


Figure 4.13 EWT and LWT for scenario B a) without bleed, b) with bleed and c) the corresponding well drawdown in scenario B with bleed.

Moreover, the temporal evolution of the ground load is illustrated in Fig. 4.14. When bleed is used, the EWT reached a maximum value of 40.1  $^{\circ}\text{C}$  and a minimum value of 3.5  $^{\circ}\text{C}$ , which are within the operating limits of the heat pumps.

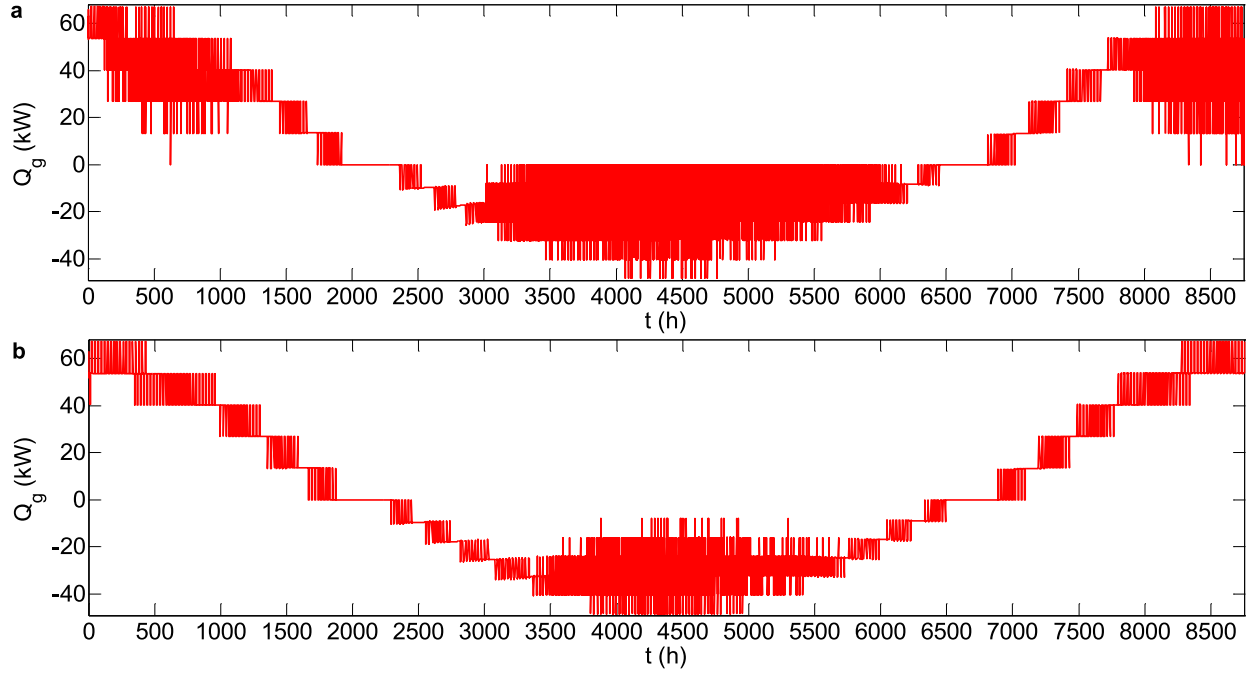


Figure 4.14 Illustration of the ground load  $Q_g(t)$  in scenario B a) without bleed and b) with bleed.

#### 4.5.3 Scenario C — Effect of bleed

For the 24 hour simulation, Fig. 4.15 shows the  $EWT$  from the proposed model and the reference FE model for all the scenarios. One can appreciate the effect of bleed on the  $EWT$  as it considerably enhances the overall heat transfer efficiency with the surrounding ground and helps maintaining lower fluid temperatures. Also, Fig. 4.15 indicates that varying the bleed flow rate over time ( $\beta(t)$  line) could be an efficient way to reduce the volume of discharged groundwater while ensuring a similar range of temperature.

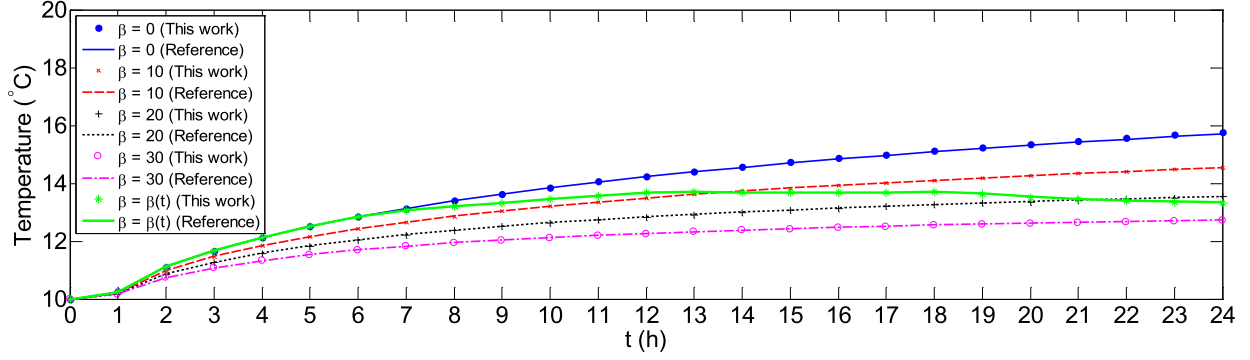


Figure 4.15 Comparison of the EWT for various bleed ratios in scenario C.

Fig. 4.16 shows a comparison of temperature profiles at various depths and radial distances for  $\beta=20\%$  after 24 hours of simulation. One can notice that both models are in close agreement both spatially and temporally with a MAE of  $0.05\text{ }^{\circ}\text{C}$ , which corresponds to a relative error of  $0.5\%$ . This comparison demonstrates that the TRCM along with the assumptions proposed in this work can be used to approach a SCW subject to advective and diffusive heat transfer and is accurate enough to reproduce the results of the reference finite element model.

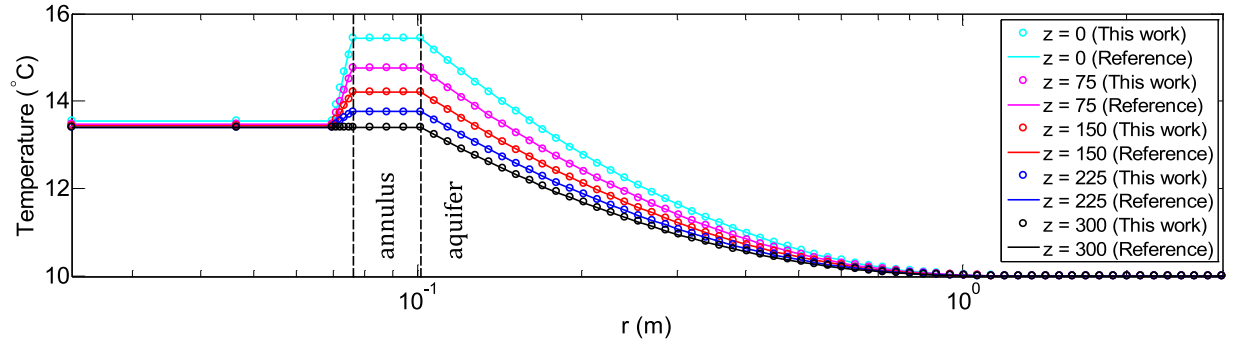


Figure 4.16 Comparison of temperature profiles at various depth for  $\beta = 20\%$  at the end of the 24th hour in scenario C.

#### 4.5.4 Scenario D — Implementation of bleed control and on-off sequence

For the five-day simulation, the results of the EWT and LWT from the proposed model and the reference finite element model are compared in Fig. 4.17 a). One can note that both models are in close agreement throughout the simulation, for both cooling and heating and that the lines representing the reference and proposed models are almost indistinguishable. Indeed, the MAE for EWT and LWT is about  $0.08\text{ }^{\circ}\text{C}$  which is an acceptable difference

given the range of temperature variation. Also, the transient well drawdown from both models presented in Fig. 4.17 b) shows good agreement as well. The smaller drawdown in the finite element model is caused by the injection of groundwater in the annular region (Yuill et Mikler, 1995), which is not considered by the Theis function, thereby providing the aquifer drawdown only. Despite this minor difference, this shows that the superposition of the Theis analytical function can precisely reproduce the evolution of the well drawdown obtained numerically through the finite element model.

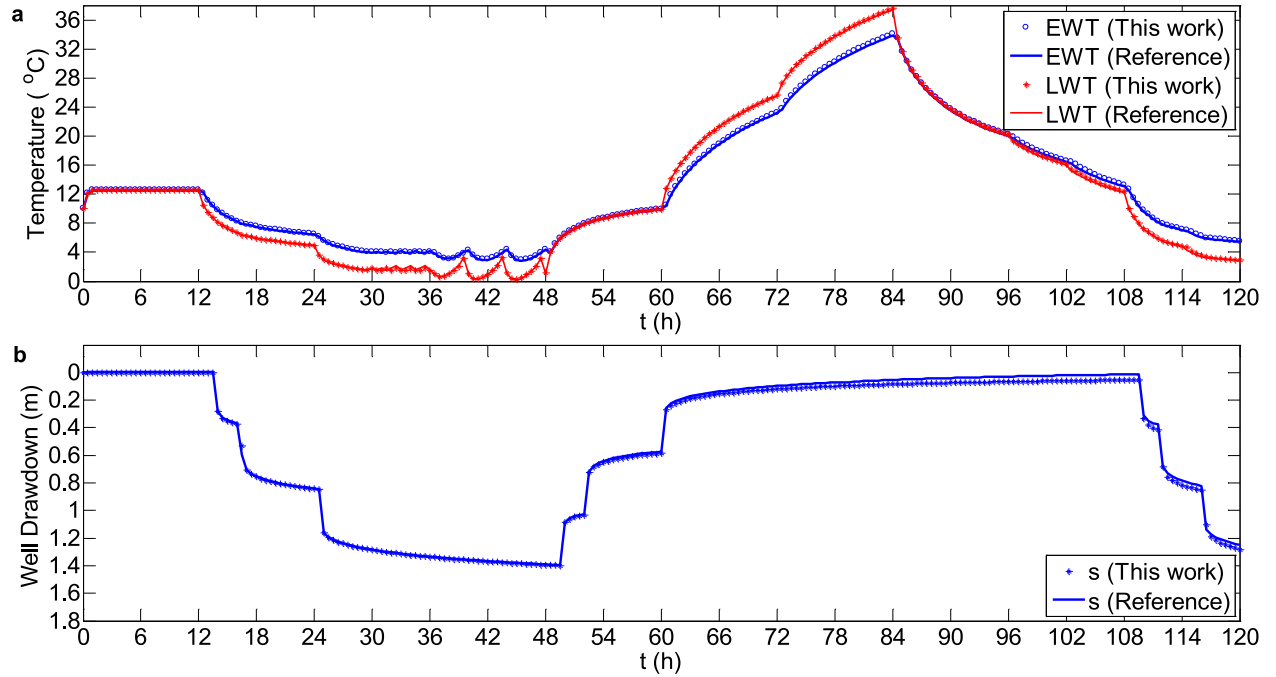


Figure 4.17 Comparison between the TRCM and the FEM for a) EWT and LWT ; b) well drawdown in scenario D.

The LWT variation which occurs when the EWT crosses 4 °C during heating mode in Fig. 4.17 is caused by the on-off sequence which subsequently stops a heat pump every 30 minutes. Note that once the EWT went back above that threshold, all the heat pumps were allowed to restart if heating was required. These results indicate again that both the bleed control and the on-off sequence are implemented correctly. Fig. 4.18 a. shows the thermal loads provided by the heat pumps over time while Fig. 4.18 b. shows the corresponding number of heat pumps in operation and the actual number of required heat pumps. In this example, the SCW was unable to meet the entire building's energy demand during the hours 30 to 48. This comparison implies that the model proposed in this work is accurate enough to reproduce

the results of the reference finite element model.

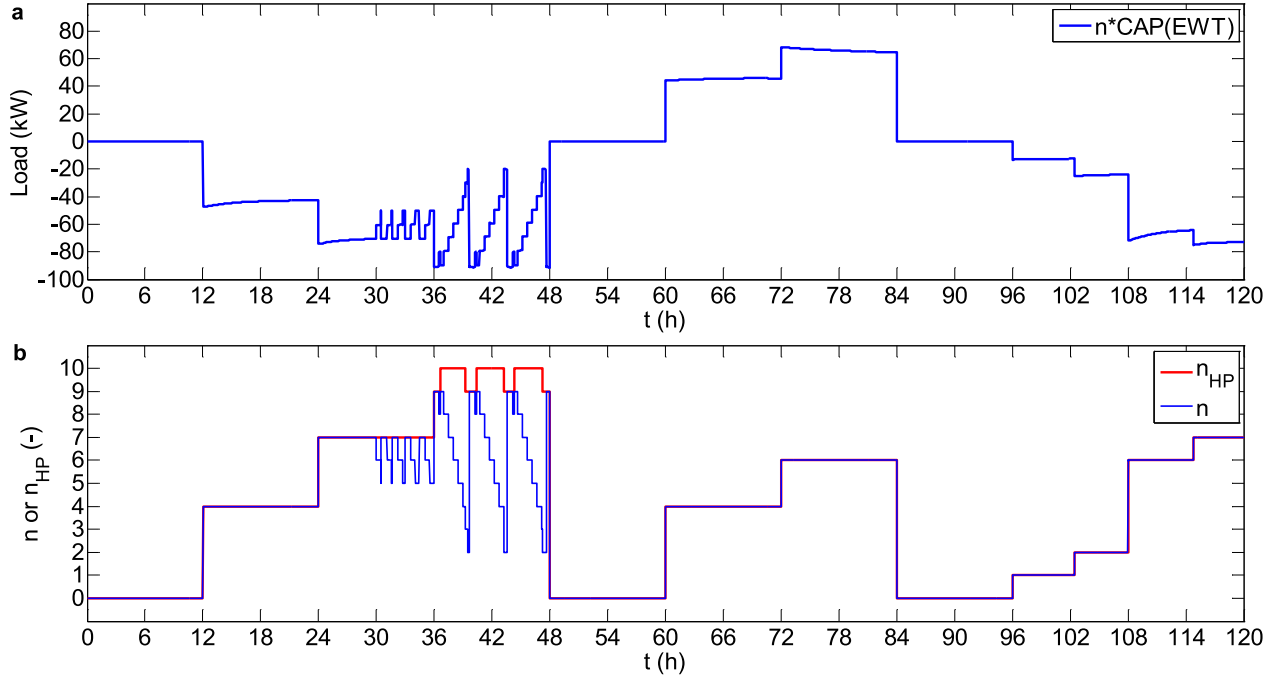


Figure 4.18 Temporal evolution of a) energy provided by the system, b) number of active or required heat pumps in scenario D.

## 4.6 Conclusion

In this paper, a 2D axisymmetric TRCM of a SCW that couples heat transfer and groundwater flow was developed to model the thermal and hydraulic response of a single borehole. A three-level bleed control and an on-off sequence were implemented to simulate the dynamic operation of a SCW. The transient groundwater velocity field and the well drawdown were modeled by applying the temporal superposition technique to the so-called Theis function. The implementation of multiple bleed levels allows reducing the total volume of groundwater extracted from the aquifer. Additionally, the drawdown computed during bleed allows groundwater management. The use of a dynamic ODE system allowed a computation of the EWT over time. Thus, though it was not presented in this work, this model can allow evaluation of the load provided by the heat pumps and their energy consumption. Moreover, this model was compared against a reference finite element model and showed very good agreements for both the temperature and the well drawdown. The advantages of this proposed model are its mathematical simplicity and efficient computation. It was shown that the

use of a bleed control can considerably enhance the overall heat transfer efficiency with the surrounding ground. Annual simulations were also conducted to demonstrate the potential of the proposed SCW model for use in hourly simulation programs or design tools. The proposed model can be used to forecast, for a homogeneous aquifer, the performance of the planned design and control system under different building load scenarios.

#### 4.7 Nomenclature

$A$	area ( $\text{m}^2$ )
$B$	bleed flow ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$C$	thermal capacity ( $\text{J/K}$ )
$c$	specific heat capacity ( $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ )
$COP$	coefficient of performance (-)
$CAP$	capacity ( $\text{W}/\text{unit}$ )
$K$	hydraulic conductivity ( $\text{m/s}$ )
$k$	thermal conductivity ( $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ )
$H$	hydraulic head (m)
$h$	length of SCW (m)
$Nu$	Nusselt number (-)
$n$	number of active heat pumps (-) or number of nodes (-)
$n_{hp}$	number of required heat pumps (-)
$n_j$	number of neighbors for node $j$ (-)
$n_{off}$	number of deactivated heat pumps (-)
$n_r$	total number of regions (-)
$n_t$	number of time steps (-)
$n_z$	total number of layers (-)
$Pr$	Prandtl number (-)
$Q$	heat flow (W)
$r$	radius (m)
$R$	radial thermal resistance ( $\text{K/W}$ )
$\tilde{R}$	vertical thermal resistance ( $\text{K/W}$ )
$Re$	Reynolds number (-)
$s$	drawdown (m)
$S$	storativity (-)
$t$	time (s)
$tb$	time of the beginning (or ending)

	of a bleeding operation (s)
$t_{off}$	start time of the on-off sequence (s)
$T$	temperature ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\dot{V}$	pumping flow rate ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
$v$	control volume ( $\text{m}^3$ )
$z$	depth (m)

#### Greek symbols

$\beta$	bleed ratio (%)
$\rho$	density ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\nu$	velocity (m/s)

#### Subscripts

$fi$	inner fluid
$g$	ground
$p$	pipe
$fo$	outer fluid
$a$	aquifer
$aa$	advection in aquifer
$da$	diffusion in aquifer
$D$	Darcy
$i$	time step index
$j$	node index
$k$	neighboring node index

#### Acronyms

EWT	entering water temperature
LWT	leaving water temperature
SCW	standing column well
TRCM	thermal resistance and capacity model

## 4.8 Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, Québec's Nature and Technology Research Funds (FQRNT) and Golder Associates for their financial support.



## CHAPITRE 5

### ARTICLE 2 : INFLUENCE OF GROUNDWATER FLOW IN FRACTURED AQUIFERS ON STANDING COLUMN WELLS PERFORMANCE

A. Nguyen<sup>1\*</sup>, P. Pasquier<sup>1</sup>, D. Marcotte<sup>1</sup>

Submitted to *Geothermics*.

<sup>1</sup>Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O. Box 6079 Station Centre-Ville, Montréal, Canada H3C 3A7

\*Corresponding author – Phone : (514) 340 4711 ext. 3719 – Email : t.nguyen@polymtl.ca

#### Abstract

A coupled model of a standing column well is developed to evaluate the influence of groundwater flow in fractured aquifers. Heat transfer and groundwater flow within a standing column well and its surrounding ground is modeled by means of a resistance and capacity network. The work demonstrates that the presence of a single fracture zone embedded within the bedrock has a significant beneficial effect on the performance of standing column wells. Temperature differences between the homogeneous and fractured aquifer were particularly important when the well was operated at typical bleed ratios. The results show that the model developed in this paper is in good agreement with numerical reference solutions.

#### 5.1 Introduction

A standing column well (SCW) is a type of ground heat exchanger (GHE) forming part of a ground-source heat pump (GSHP) system and consists of a deep vertical borehole filled with groundwater up to the water table level. In a SCW, groundwater is usually pumped from the base of the well through a dip tube and transferred to the building's heat pump before being reintroduced at the top of the well, in the annular region (Fig. 5.1). During peak operation periods, the system can discharge part of the pumped groundwater away and induce a groundwater flow into the SCW, a feature commonly known as *bleed*. The configuration of SCWs coupled with the ability to renew their water content are such that, in comparison to a conventional vertical closed-loop GHE, they allow significant reduction in total required drilling length for a given thermal load, which generally leads to a reduction of the construction costs of GSHP systems (O'Neill. *et al.*, 2006).

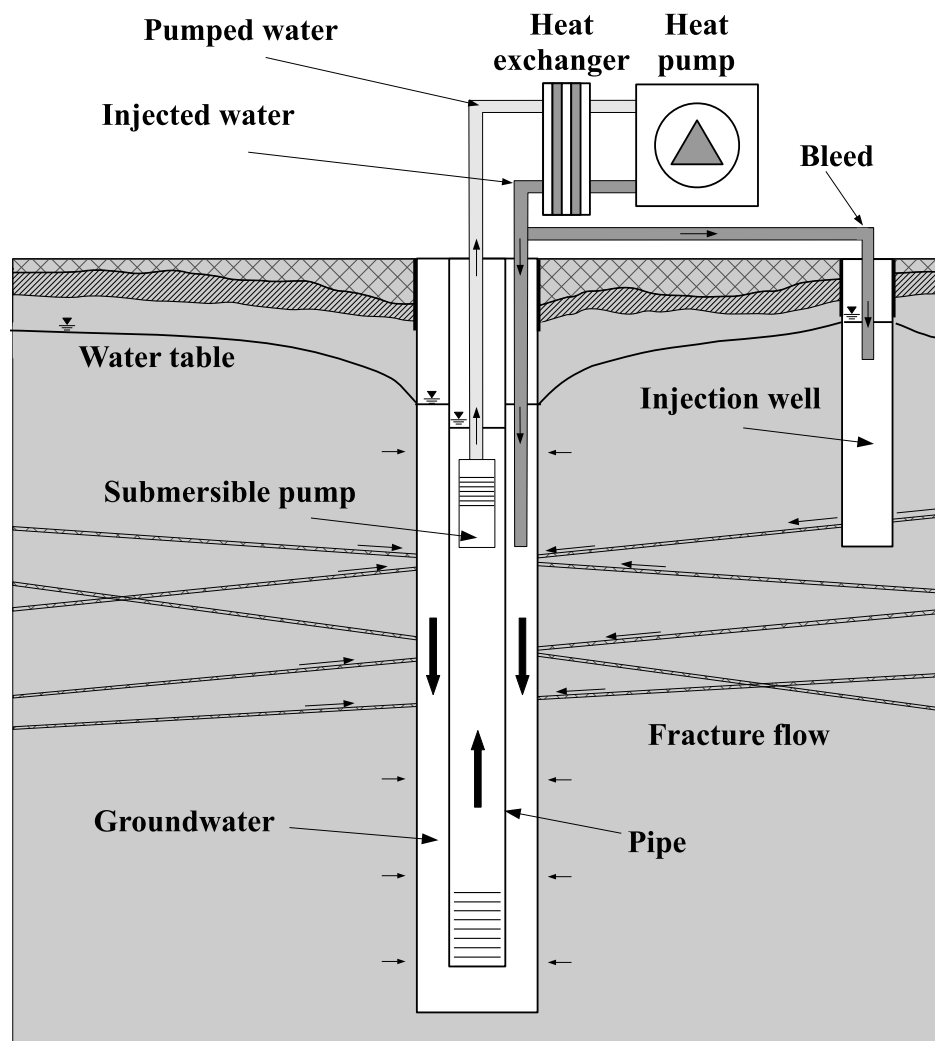


Figure 5.1 Illustration of a SCW system adapted from Nguyen *et al.* (2015c).

SCW systems are, however, more complex than conventional closed-loop GHEs since the underground heat transfer includes advection in addition to conduction. Various numerical models were developed to assess their thermal response under a given load (Deng, 2004; Rees *et al.*, 2004; Abu-Nada *et al.*, 2008; Ng *et al.*, 2011; Croteau, 2011; Nguyen *et al.*, 2012). In order to simplify the problem, most contributions assumed that the surrounding aquifer is homogeneous and isotropic. When bleed is activated under this assumption, the induced groundwater flow is slightly increasing linearly with the depth of the well.

In practice, given the significant depth of SCWs (i.e 300 to 500 m), it is common when drilling in bedrock to intercept fracture zones that lead to a local increase of water inflow. One might suspect that these local fracture zones are likely to affect the thermal response of the water circulating within the SCW after any activation of the bleed.

Only a handful of studies have been conducted to assess the way the hydraulic component is taken into account in SCW models. The first work related to this topic was carried out by Deng (2004), who demonstrated that the aquifer hydraulic conductivity had a marginal effect on the performance of SCWs. However, this is true only when the aquifer is considered homogeneous and, in such cases, the hydraulic conductivity influences only the hydraulic drawdown.

Deng (2004) also developed a simplified one-dimensional finite difference model to assess the influence of fracture flow on the system's performance using a *by-pass* approximation where groundwater bypasses the surrounding ground and comes straight into the borehole at the undisturbed temperature. According to Deng's results, the performance of the SCW system is better when groundwater flows only in a homogeneous porous medium than when a similar flow occurs in a fracture embedded in an impermeable medium. The author mention that this is presumably because in the medium, the groundwater flow, which enhances heat transfer, is spread over the surrounding ground volume. This conclusion is quite counter-intuitive since groundwater inflow at undisturbed temperature should be beneficial for the SCW system. As pointed out by Deng (2004), further investigations that combines heat and mass transfer in the fractures surrounding the SCW are suggested.

To evaluate the influence of a single fracture on the bleed, Ramesh et Spitler (2012) developed a quasi-2D finite difference model and implemented heat advection along certain layers of the model. According to their results, the performance was significantly degraded in such cases. The authors however did not model groundwater flow, an important aspect in the vertical

distribution of hydraulic fluxes. Therefore, these results cannot be extrapolated to predict the effect of bleed in fractured aquifers.

Modeling heat exchange between groundwater and fractured aquifers is a complex problem and hence remains a major challenge. Indeed, estimating heat dissipation in fractured rock needs a clear understanding of the flow regime along the fractures. Nevertheless, research has shown that flow in fractured medium in some cases can be reasonably represented by flow through an equivalent porous medium (Singhal et Gupta, 2010). This would be true when (a) fracture density is high, (b) apertures are constant rather than varying, (c) orientations are distributed rather than constant and (d) the interest is mainly on volumetric flow. Under these conditions, the fracture zone can be simplified to a homogeneous porous layer by using a continuum approach.

On that note, Croteau (2011) used a fully coupled finite element model for SCW systems integrating a porous layer representing a fracture zone and obtained results in contradiction with the results of Deng (2004) and Ramesh et Spitler (2012). For a constant heat injection of 70 kW over 72 hours, Croteau (2011) noticed that the presence of a single fracture zone within the bedrock has a significant beneficial effect on the performance of SCWs when bleed was activated. Temperature differences between the porous medium model and the fractured model of equivalent hydraulic conductivity of 3.2 °C and 0.84 °C were observed when the SCW was operated at bleed ratios of 10 % to 20 % respectively, which corresponds to typical bleed percentages. For bleed ratios greater or equal to 30 %, the temperatures of the two models were virtually identical.

Nguyen *et al.* (2013, 2015c) presented a fully coupled multiphysics model involving heat transfer and groundwater flow for SCW systems using a thermal resistance and capacity network, a method adopted by several authors (Zarrella *et al.*, 2011; Bauer *et al.*, 2011b; Pasquier et Marcotte, 2012), in conjunction with the Theis solution, which was validated against a reference finite element model. They showed that use of bleed control can enhance considerably the overall heat transfer efficiency with the surrounding ground. Although the original model is restricted to homogeneous aquifers, the concept of resistances and capacities can also be applied to represent the hydraulic components of the SCW, allowing the integration of a fracture zone.

The works presented hereinafter are a direct extension of previous works and aim to present a model taking into account three layers with different hydraulic properties to represent a

fracture zone. The objectives of this paper are threefold : 1) present a coupled model designed to account for a fracture zone represented by an equivalent porous medium layer, 2) present a validation of the model against a reference solution and, 3) assess the influence of a fractured zone on SCW systems when bleed is used.

## 5.2 Methodology

In the following sections, a brief overview of the SCW model will be presented to allow the reader to understand the contribution presented in this work. For points of detail, the reader is however referred to the initial papers.

### 5.2.1 Heat transfer and groundwater flow model

The real geometry described in Fig. 5.1 is represented by the mathematical model illustrated in Fig. 5.2. Also, note that the injection well is not modeled in this work. This assumes the bleed flow is not in thermal short-circuit with the SCW. The SCW and its surrounding ground can then be modeled by a nodal network of interconnected thermal resistances ( $R_T$ ) and thermal capacities ( $C$ ). Using the heat conservation principle, the temperature ( $T$ ) variation over time ( $t$ ) and space is then given by :

$$C_j \frac{dT_j}{dt} = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{T_k - T_j}{R_{T,k}} \quad \forall j = 1 \dots n \quad (5.1)$$

where  $j$  is the node index,  $n_j$  is the number of neighboring nodes to node  $j$ ,  $k$  is the index of the neighboring node and  $n$  is the total number of nodes in the network. The schematic representation of the nodal network for a single node is shown in Fig. 5.3.

The same approach can be applied to model the groundwater motion using hydraulic resistances ( $R_H$ ) and storage ( $S$ ). The hydraulic head ( $H$ ) variation over time and space is then given by :

$$S_j \frac{dH_j}{dt} = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{H_k - H_j}{R_{H,k}} \quad \forall j = 1 \dots n \quad (5.2)$$

It follows that groundwater flow can be described with Darcy's law to determine Darcy's velocity  $\nu_D$  :

$$\nu_D = -K \cdot \nabla H \quad (5.3)$$

One should note that  $\nu_D$  acts as the coupling term between the heat transfer model and the groundwater flow model and links the governing Eqs. 5.1 and 5.2. Note that in this work, regional groundwater flow is considered null or negligible compared to flow induced by

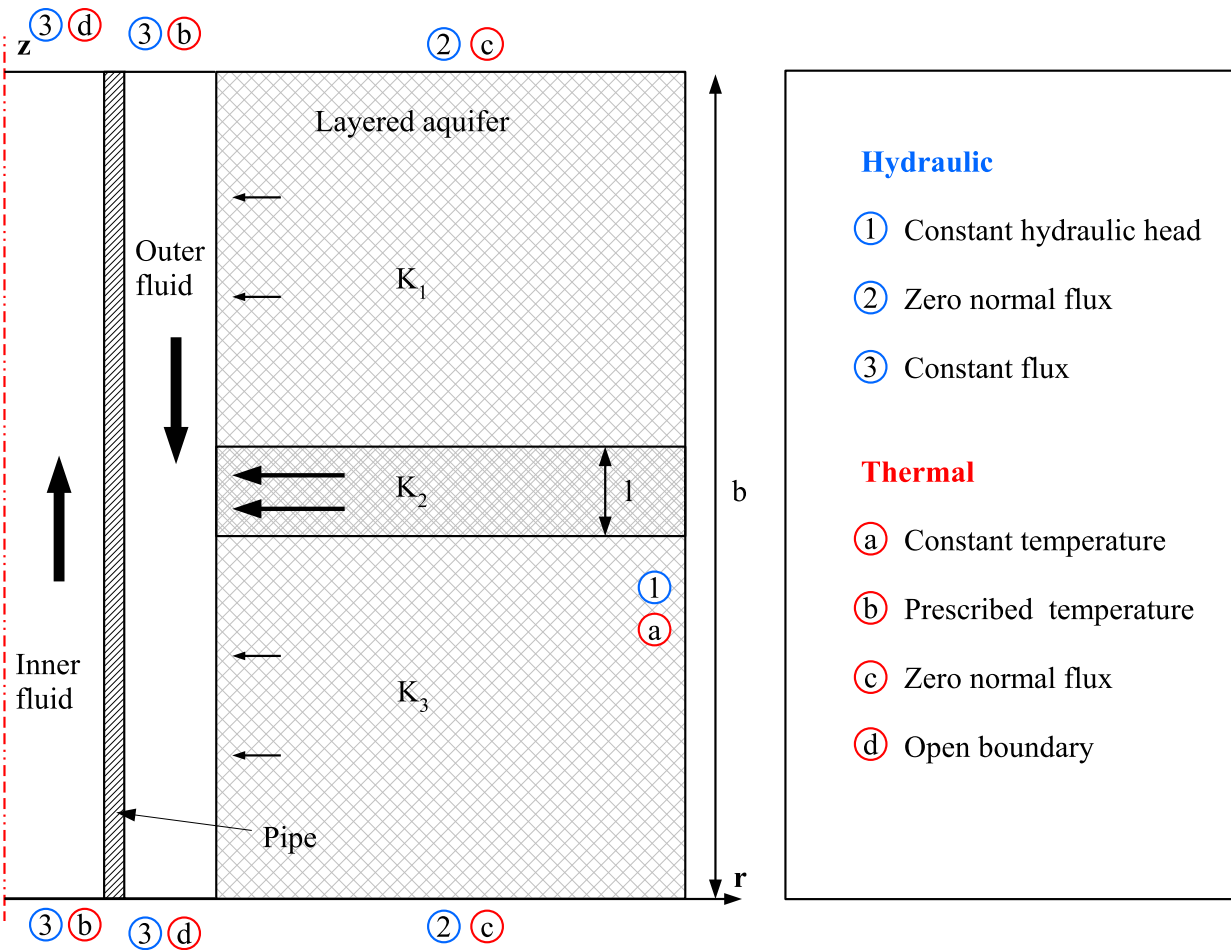


Figure 5.2 Simplified geometry of a SCW system based on the model assumptions

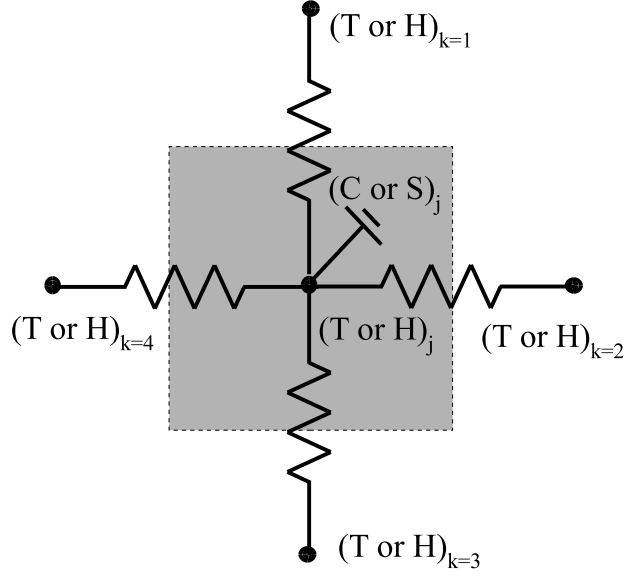


Figure 5.3 Scheme of the nodal network for a single node.

bleed operations. Finally, this multiphysics model corresponds to a dynamic system of ODEs subjected to initial and boundary conditions and can be easily integrated by solvers such as those provided by MATLAB (The MathWorks Inc., 2011).

### Thermal capacity and storage

Each component of the SCW system is discretized using an exponential distribution :

$$r_{j+1} = r_j \cdot \exp\left(\frac{\ln(r_o/r_i)}{n}\right) \quad \forall j = n_p \dots n_r \quad (5.4)$$

where  $r_o$  and  $r_i$  are the outer and inner radius of each component. A thermal capacity and a storage coefficient are attributed to each node, which corresponds to its surrounding control volume :

$$C_j = c_j v_j \quad \forall j = 1 \dots n \quad (5.5)$$

$$S_j = s_j v_j \quad \forall j = 1 \dots n \quad (5.6)$$

where  $c_j$  is the volumetric heat capacity ( $J/(m^3 \cdot K)$ ) and  $s_j$  is the specific storage ( $m^{-1}$ ) associated to the control volume  $v_j$  ( $m^3$ ). The control area  $A_{r,j}$  for each node  $j$  is given by :

$$A_{r,j} = \frac{\pi(r_j^2 - r_{j-1}^2)}{2} + \frac{\pi(r_{j+1}^2 - r_j^2)}{2} \quad (5.7)$$

The node's control volume  $v_j$  is therefore given by :

$$v_j = A_{r,j} dz \quad (5.8)$$

where  $dz$  is the thickness of the layer.

### Thermal and hydraulic resistance

Both advection and diffusion contribute to the energy transport between the different components in a SCW. The radial ( $R_d$ ) and vertical ( $\tilde{R}_d$ ) conductive resistances in the SCW system are given by :

$$R_{d,j} = \frac{\ln(r_{j+1}/r_j)}{2\pi D_j dz} \quad (5.9)$$

and

$$\tilde{R}_{d,j} = \frac{dz}{D_j A_{r,j}} \quad (5.10)$$

where  $D_j$  is either the thermal conductivity  $k_j$  (W/(m·K)) or the hydraulic conductivity  $K_j$  (m/s) and  $dz$  is the thickness of the layer (m). Heat advection depends on the groundwater velocity field and is taken into account by radial ( $R_a$ ) and vertical ( $\tilde{R}_a$ ) advective resistances in the SCW system :

$$R_{a,j} = \frac{1}{2\pi r_j dz \cdot \nu_D(r, t) c_{s,j}} \quad (5.11)$$

$$\tilde{R}_{a,j} = \frac{1}{A_{z,j} \cdot \nu_D(z, t) c_{s,j}} \quad (5.12)$$

where  $\nu_D$  is Darcy's velocity (m/s). For the thermal components, the equivalent thermal resistance  $R_{eq}$  is obtained by combining both the diffusion and advection resistances under the assumption of parallel configuration (Fig. 5.4) :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_d} + \frac{1}{R_a} \quad (5.13)$$

For clarity, a summary of the sub-resistances used for each component of the SCW is presented in Table 5.1.



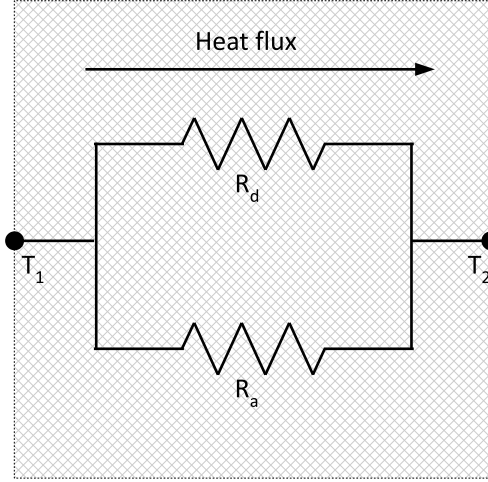


Figure 5.4 Combination of  $R_d$  and  $R_a$  under the assumption of parallel configuration.

Tableau 5.1 Summary of horizontal ( $R$ ) and vertical ( $\tilde{R}$ ) sub-thermal resistances for each component of the SCW.

SCW components	$(K/W)$	$(K/W)$
Inner Fluid	$R_{fi} = 0^+$	$\tilde{R}_{fi} = \frac{1}{A_j \nu_i \rho c}$
Pipe	$R_p = \frac{\ln(r_{po}/r_{pi})}{2\pi k_p dz}$	$\tilde{R}_p = \frac{dz}{k_p A_j}$
Outer Fluid	$R_{fo} = 0^+$	$\tilde{R}_{fo} = \frac{1}{A_j \nu_o \rho c}$
Aquifer	$R_{da} = \frac{\ln(r_a/r_b)}{2\pi k_a dz}$	$\tilde{R}_a = \frac{dz}{k_a A_j}$
	$R_{aa} = \frac{1}{\nu_D A \rho c}$	
	$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_{da}} + \frac{1}{R_{aa}}$	

### Equivalent hydraulic parameters

Performances of SCW systems are compared for two aquifer cases : 1) homogeneous and 2) layered with a single thin fracture zone embedded in a porous matrix. In the latter case, the

equivalent specific storage  $S_{s,eq}$  and hydraulic conductivity  $K_{eq}$  are given by :

$$K_{eq} = \frac{(b - l) \cdot K_{mat} + l \cdot K_{frac}}{b} \quad (5.14)$$

and

$$s_{eq} = \frac{(b - l) \cdot s_{mat} + l \cdot s_{frac}}{b} \quad (5.15)$$

where  $b$  is the thickness of the aquifer and  $l$  is the thickness of the fracture zone, while the subscript *mat* and *frac* refer respectively to the porous matrix and the fracture zone. The heterogeneity of the aquifer is determined by defining a contrast ratio  $\phi$  between the matrix and the fracture zone :

$$\phi = \frac{K_{frac}}{K_{mat}} \quad (5.16)$$

and

$$\phi = \frac{s_{frac}}{s_{mat}} \quad (5.17)$$

### 5.2.2 Validation against a reference solution

With the aim to verify the validity of the proposed method for simulating SCW systems in heterogeneous aquifers, an extended version of the finite element model developed by Nguyen *et al.* (2012, 2015c) in Comsol Multiphysics 4.3a is used to generate a reference solution. The physical, thermal and hydrogeological parameters used are summarized in Table 5.2 and are typical of fractured sedimentary rock such as limestone or dolomite. Note that the storage coefficients are based on the compressibility of the materials.

Tableau 5.2 Thermal and hydrogeological properties and geometry for the validation scenarios.

Description	Symbol	Unit	Value
Pipe thermal conductivity	$k_p$	$W/(mK)$	0.1
Aquifer thermal conductivity	$k_a$	$W/(mK)$	2.5
Fluid volumetric heat capacity	$c_{s,f}$	$kJ/(m^3K)$	4200
Pipe volumetric heat capacity	$c_{s,p}$	$kJ/(m^3K)$	1560
Aquifer volumetric heat capacity	$c_{s,a}$	$kJ/(m^3K)$	2500
Pipe hydraulic conductivity	$K_p$	$m/s$	1e-9
Aquifer hydraulic conductivity	$K_{eq}$	$m/s$	1e-6
Fluid specific storage	$S_{s,f}$	$m^{-1}$	4e-6
Pipe specific storage	$S_{s,p}$	$m^{-1}$	1.3e-7
Aquifer specific storage	$S_{s,eq}$	$m^{-1}$	5e-5
Pipe inner radius	$r_{pi}$	m	0.06985
Pipe outer radius	$r_{po}$	m	0.0762
SCW radius	$r_b$	m	0.1016
Aquifer radius	$r_a$	m	40
Aquifer thickness	$b$	m	200
Fractured zone thickness	$l$	m	1
Pumping flow rate	$\dot{V}$	L/min	151

The accuracy of the model proposed in this work to compute the heat pump's entering water temperature (EWT) is evaluated by the mean absolute difference (MAD) between the EWTs obtained by the finite element model and the proposed model. For various bleed ( $\beta$ ) and hydraulic contrast ratios ( $\phi$ ), simulations for SCW systems operating under a constant thermal impulse of 1 °C (temperature difference between  $LWT$  and  $EWT$ ) over the course of 10 days were investigated and are summarized in Table 5.3. Note that in Table 5.3  $K_{mat}$  and  $K_{frac}$  are adjusted so as to ensure in all cases a constant  $K_{eq}$  of 1e-06  $m/s$ . Similarly,  $S_{s,mat}$  and  $S_{s,frac}$  are adjusted so as to impose a constant  $S_{s,eq}$  of 5e-05  $m^{-1}$ .

### 5.2.3 Comparison scenario

A bleed flow rate is key to the success of a SCW system, especially in cold climates (Nguyen *et al.*, 2015c). To assess the impact of the fracture zone on the annual performance of SCW systems when a bleed control is implemented, a comparison study between homogeneous and fractured aquifers (contrast  $\phi = 1, 100$  and 1000) is conducted based on the parameters presented in Table 5.2.

The assumed building load profile used is typical of a commercial building located in a northern climate and is illustrated in Fig. 5.5.

Tableau 5.3 Description of the scenarios for the validation simulations.

Scenarios	$\phi$ (-)	$\beta$ (%)	$K_{mat}$ (m/s)	$K_{frac}$ (m/s)	$S_{s,mat}$ (m <sup>-1</sup> )	$S_{s,frac}$ (m <sup>-1</sup> )
1	1	0	1e-6	1e-6	5e-5	5e-5
2	1	10	1e-6	1e-6	5e-5	5e-5
3	1	20	1e-6	1e-6	5e-5	5e-5
4	1	30	1e-6	1e-6	5e-5	5e-5
5	100	0	6.7e-7	6.7e-5	3.3e-5	3.3e-3
6	100	10	6.7e-7	6.7e-5	3.3e-5	3.3e-3
7	100	20	6.7e-7	6.7e-5	3.3e-5	3.3e-3
8	100	30	6.7e-7	6.7e-5	3.3e-5	3.3e-3
9	1000	0	1.7e-7	1.7e-4	8.3e-6	8.3e-3
10	1000	10	1.7e-7	1.7e-4	8.3e-6	8.3e-3
11	1000	20	1.7e-7	1.7e-4	8.3e-6	8.3e-3
12	1000	30	1.7e-7	1.7e-4	8.3e-6	8.3e-3

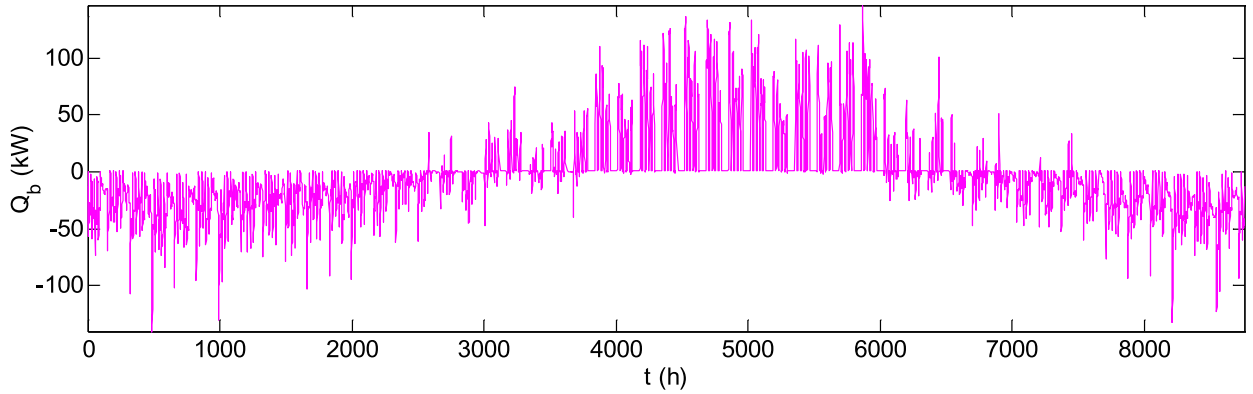


Figure 5.5 Annual building load profile corresponding to a typical commercial building located in a northern climate.

The total heating demand 80 400 kWh with a peak load of 140 kW while the cooling demand requires 109 600 kWh with a peak load of 146 kW. The building's heating/cooling demand is provided by a hybrid system which comprises 4 water to water heat pumps (nominal capacity of 17.5 kW (5 TONs) per heat pump), an auxiliary electrical heating system and an auxiliary air to water heat pump. In order to evaluate the heat pump's energy consumption, the relation between its EWT, COP and CAP is explicitly included in the simulation. For simplicity, the COP of the auxiliary systems is set to 1 in heating and 3 in cooling. In addition, both the three-level bleed control and the on-off sequence, proposed by Nguyen *et al.* (2012, 2015c), are implemented using the temperature thresholds presented in Table 5.4. The simulation

Tableau 5.4 Temperature threshold for the annual simulation.

	Heating threshold (°C)	Cooling threshold (°C)
$\beta = 10 \%$	8	36
$\beta = 20 \%$	7	38
$\beta = 30 \%$	6	40
On-Off sequence	5	42

strategy works as follows : at each time step, the building load is provided by the heat pumps. If it exceeds total the heat pump capacity for a given EWT, the remaining load is provided by the auxiliary system. If at any point the EWT exceeds the heat pumps' operating limits, the number of active heat pumps is sequentially reduced by 1 until the EWT returns within the limits prescribed in Table 5.4. Since the heat pump's EWT is calculated at each time step, one can evaluate the energy consumption at any given time. The performance of the SCW system in each case is therefore evaluated in terms of the system's energy consumption (heat pumps and auxiliary system).

### 5.3 Results and discussion

#### 5.3.1 Validation against a reference solution

Comparisons of the thermal response  $\Delta T$  at the heat pump's inlet from the proposed model and the reference finite element model for the set of investigated simulations are shown in Fig. 5.6 for various bleed ratios. First of all, the temperatures computed by the model proposed in this work visually match the reference solution computed numerically. Indeed, results indicate very good agreement between the two models for all cases with an average MAD of 0.03 °C. This comparison shows that the proposed model can be used to predict thermal responses of SCW systems in layered aquifers and is able to reproduce results from the reference finite element model.

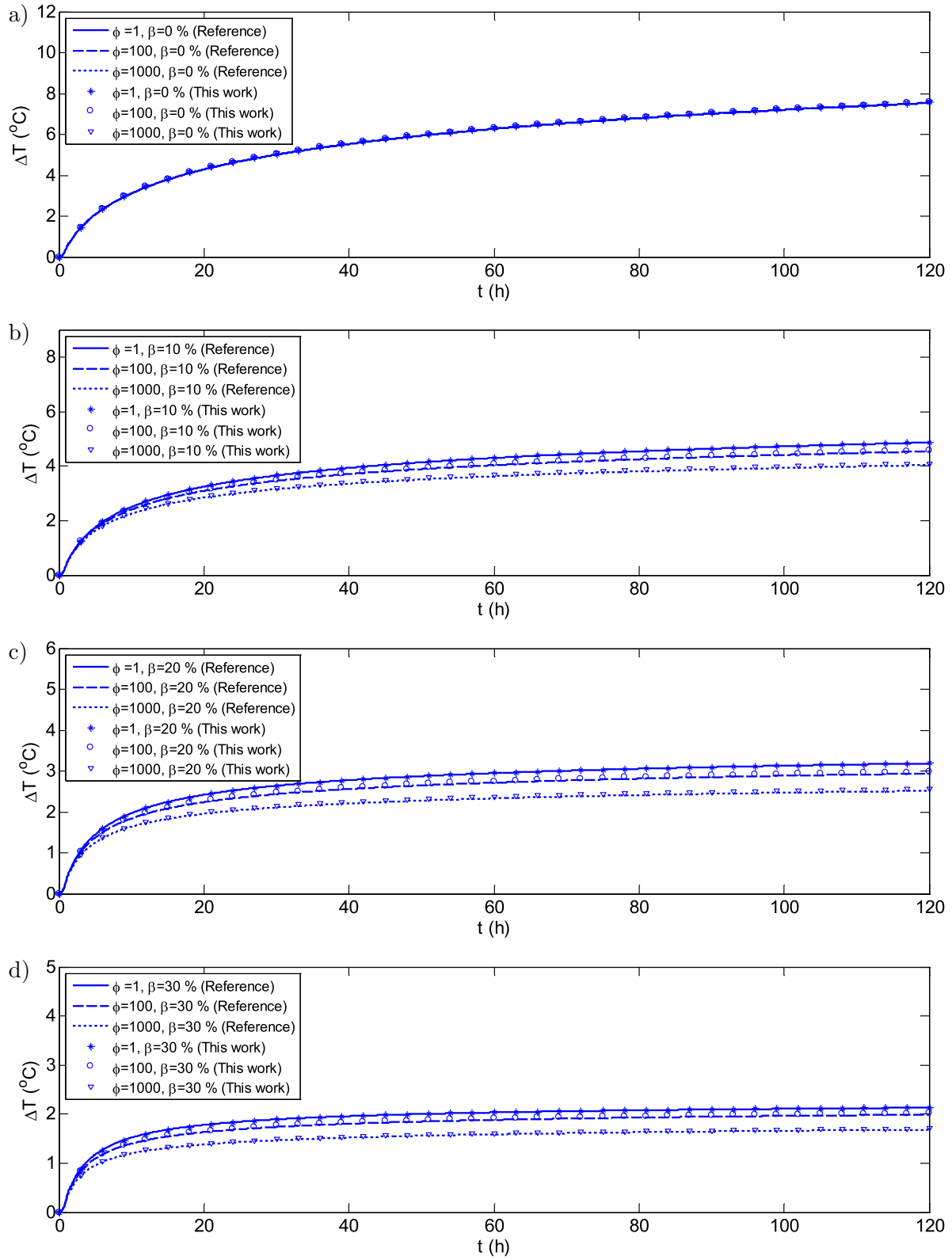


Figure 5.6 Comparison of the thermal response between the proposed model and the reference solution provided by a finite element model at various  $\phi$  for a)  $\beta=0\%$ , b)  $\beta=10\%$ , c)  $\beta=20\%$  and d)  $\beta=30\%$ .

Subsequently, when bleeding is not considered ( $\beta = 0 \%$ ), the presence of a single fracture zone has no impact on the system's thermal response as shown on Fig 5.6a). This is not surprising since, in those cases, groundwater inflow is absent and the dominant heat transfer mechanism is conduction.

One can note that, in the presence of bleed, the thermal response is notably affected by the presence of a fracture zone. In fact, SCW operating under a bleed flow rate performs better when a single fracture zone is taken into account. This effect is emphasized as the contrast ratio  $\phi$  between the fracture zone and the porous media increases. At larger bleed ratios, the heat transfer by advection becomes relatively more important, hence a significant reduction of the fluid temperature is observed for both the homogeneous model and the fracture model. Therefore, although the benefit associated to the fracture zone decreases in absolute terms, it increases in relative terms with the increase of the bleed ratio.

When bleed is activated, the groundwater flow pattern is dictated by the aquifer model. A close-up of the velocity profile in the aquifer near the fracture zone ( $\phi=1000$ ) is illustrated in Fig. 5.7. This shows that the proposed model is able to compute both radial and vertical components of Darcy's velocity in the presence of a fracture zone.

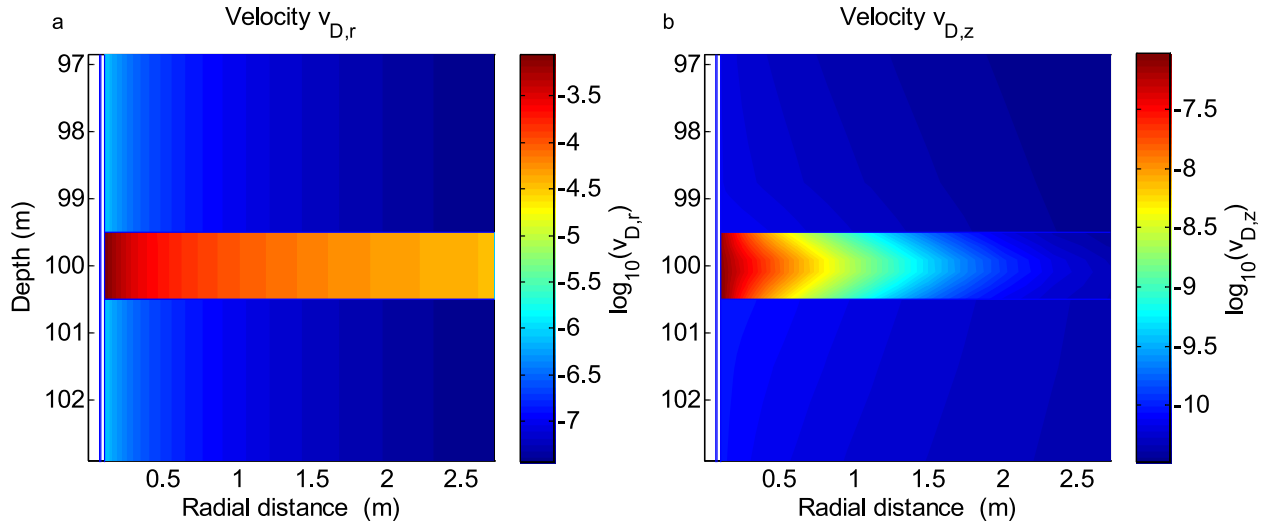


Figure 5.7 a) Radial and b) vertical velocity around the fracture zone ( $\phi=1000$ ) from the proposed model

Furthermore, one can visually appreciate the temperature differences induced by fracture flow in Fig. 5.8 and the impact of the fracture itself on the radial and vertical component of

Darcy's velocity inside the annulus in Fig. 5.9. This clearly shows that most of the flow comes from more permeable zones. Notice that  $v_{D,z}$  increases with depth due to the contribution of the radial flow from the aquifer.

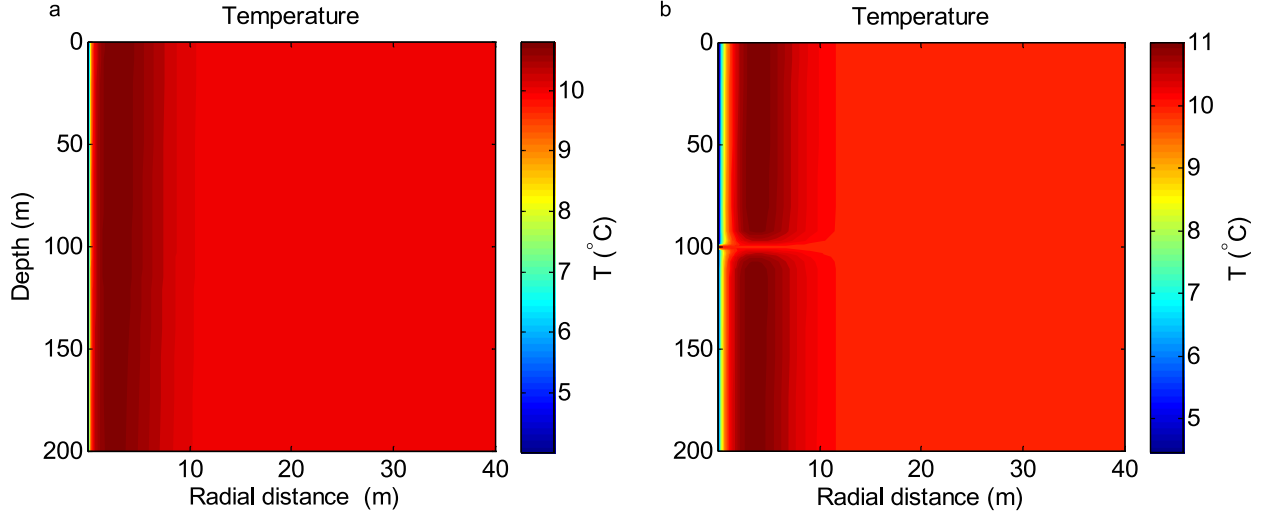


Figure 5.8 Temperature profile from the proposed model for a)  $\phi=1$  and b)  $\phi=1000$ .

In the presence of a highly conductive fracture zone (high  $\phi$  value), a larger volume of groundwater close to the undisturbed temperature infiltrates the SCW compared to the homogeneous case. It is therefore not surprising that the system benefits from the presence of a fracture zone. Apparently, these results are contradictory to the results presented by Deng (2004) and Ramesh et Spitler (2012). These differences are most likely related to the combined effect of the models' mathematical dimension, the groundwater flow modeling method and the different assumptions used by the models of Deng (2004) and Ramesh et Spitler (2012), which are geologically unrealistic.

As for the hydraulic head, the well drawdowns are shown in Fig. 5.10. Notice that, for a given bleed ratio, all models present the same well drawdown whether the aquifer is homogeneous or heterogeneous. This indicates that Eqs. 5.14 and 5.15 genuinely respect the equivalent aquifer properties assumption.



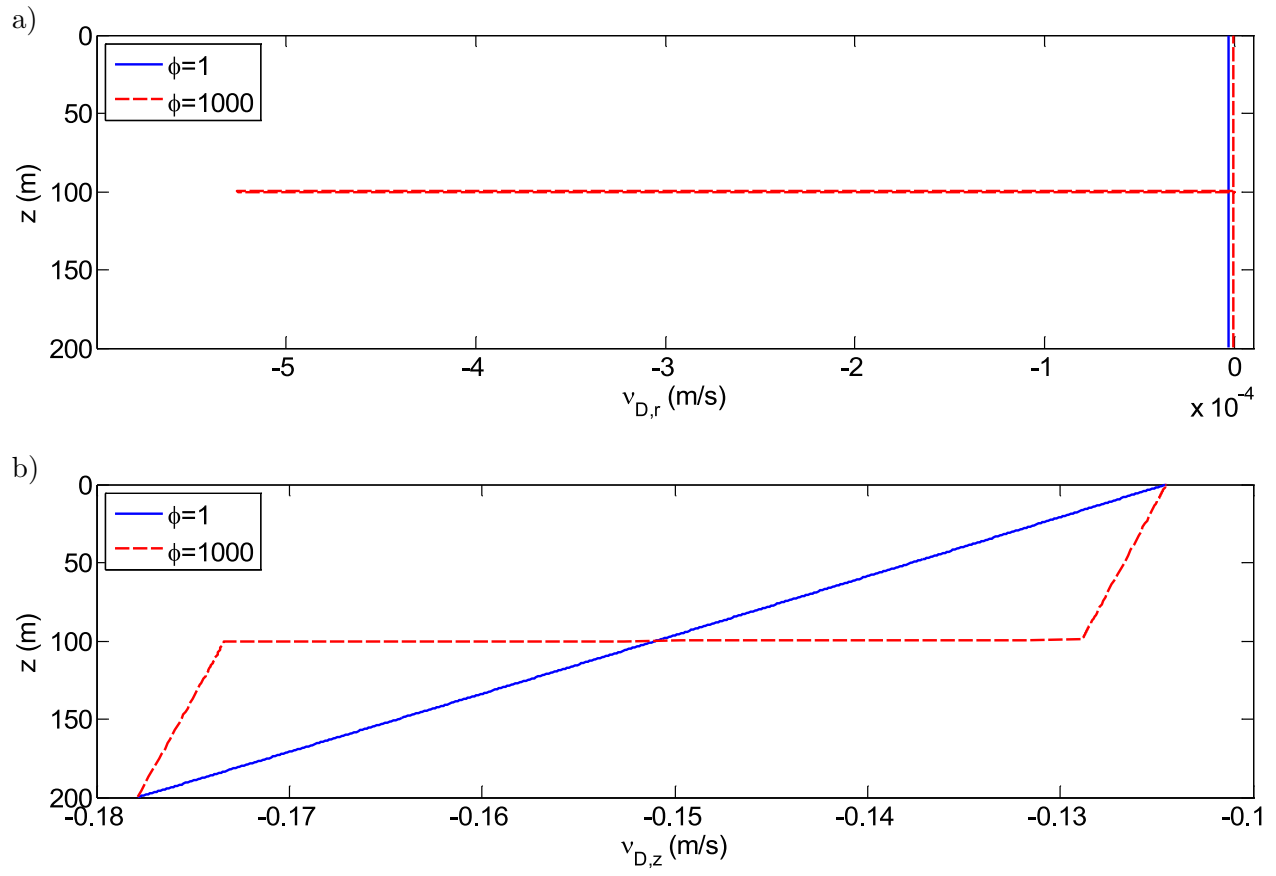


Figure 5.9 Distribution of the a) radial and b) vertical components of Darcy's velocity inside the annulus from the proposed model for  $\phi=1$  and  $\phi=1000$ .

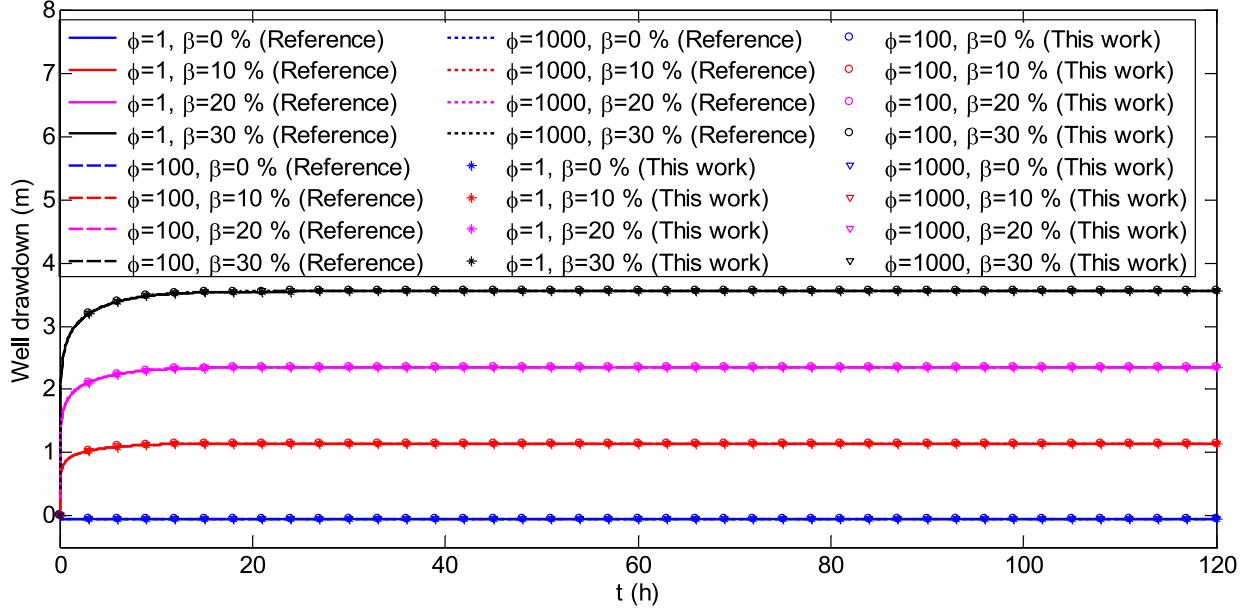


Figure 5.10 Comparison of the well drawdown between the model proposed in this work and the reference solution provided by a finite element model for various  $\phi$  and  $\beta$ .

### 5.3.2 Comparison scenarios

In these comparison scenarios, the annual evolution of the EWT was computed for all scenarios, as illustrated in Fig. 5.11. Notice for all scenarios, the on-off sequence ensures that the EWT stays within the operating limits of the heat pumps. To compare the overall system performance, the annual evolution of the electrical consumption from the heat pumps and the auxiliary system are evaluated and shown in Fig. 5.12. During the high heating periods, the heat pump's on-off sequence is activated to maintain the EWT in the safe operating limit of the heat pump. In these periods, the auxiliary system was used to cover the remaining building demand. As the contrast ratio increases (i.e. the permeability of the fracture zone increases), the auxiliary energy consumption during the heating season decreases. Although the capacity of the auxiliary system appears large, recall that this system was not meant to be optimally sized but to assess the influence associated with a fracture zone.

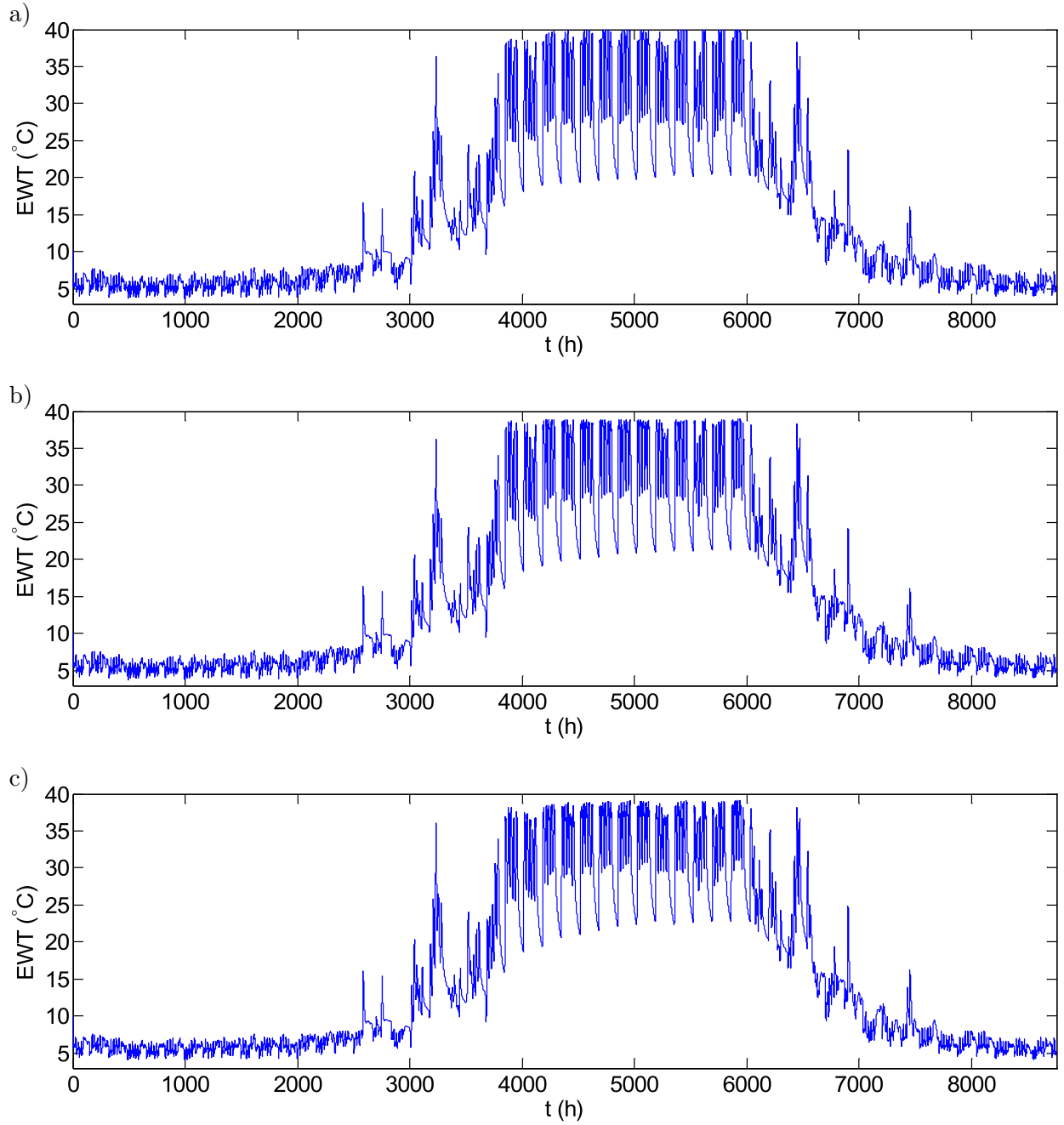


Figure 5.11 Annual evolution of EWT for a)  $\phi=1$ , b)  $\phi=100$  and c)  $\phi=1000$ .

Next, the cumulative energy consumption from each system is presented in Fig. 5.13. With the parameters used, the results clearly indicate that the system is overall more efficient for  $\phi=1000$  as the energy consumption is lower. When a fracture zone is integrated, the bleed operation allows the SCW to maintain higher (lower) EWT to the heat pumps in heating

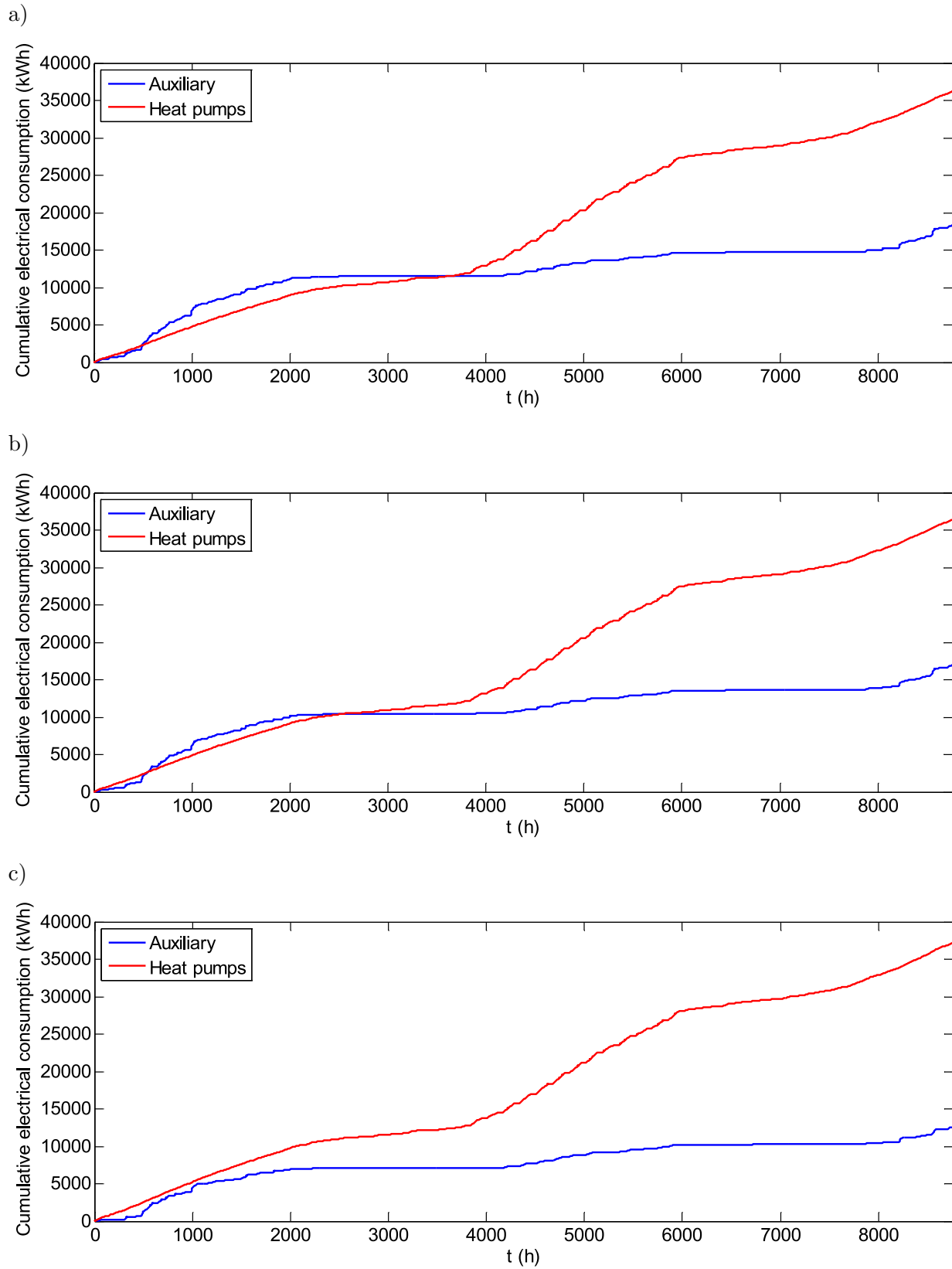


Figure 5.12 Cumulative electrical consumption for a)  $\phi=1$ , b)  $\phi=100$  and c)  $\phi=1000$ .

(cooling). Therefore, heat pumps have a greater capacity and a higher COP and operate proportionally for a longer period. Consequently, the heat pumps consume more energy but more efficiently and auxiliary energy requirements decrease. This process is accentuated in the presence of a highly conductive fracture zone. This explains why the heat pump energy consumption increases from 36305 to 37251 kWh while the energy consumption of the auxiliary system decreases from 17 600 to 12 200 kWh in Fig. 5.13 when  $\phi$  increases from 1 to 1000. Identifying specific fracture zones within an aquifer is probably unrealistic for most geoexchange projects, but the results obtained in this study indicate that fractures don't adversely affect the behavior of SCW, which should reassure professionals designing a SCW system. Regarding the bleed control, the average well drawdowns are evaluated at 1.41, 1.39 and 1.34 m for  $\phi = 1, 100$  and 1000, respectively. This indicates that the system is bleeding less often as  $\phi$  increases. Despite the fact that the pumping energy consumption is not considered in this study, it can easily be estimated since the model allows the computation of the well drawdown at each time step. Given the similar drawdown obtained, the pumping cost is likely to be similar in all situations. Table 5.5 presents a summary of the energy consumption and the mean well drawdown for all three scenarios.

Tableau 5.5 Summary of the energy consumption and the mean well drawdown for all three scenarios.

Scenario #	$\phi$ (-)	Auxiliary (kWh)	Heat pumps (kWh)	Total (kWh)	Mean well drawdown (m)
1	1	17 600	36 300	53 900	1.41
2	100	16 200	36 500	52 700	1.39
3	1000	12 200	37 200	49 400	1.34

## 5.4 Conclusion

Deep SCWs commonly intercept fracture zones which permit large volumes of groundwater inflow. These fracture zones are susceptible to affect the thermal performance of the system. In this work, the SCW model developed by Nguyen *et al.* (2015c) has been extended to account for a single fracture zone represented by an equivalent porous medium using the theory of resistance and capacity. This model was compared against a reference finite element model and showed very good agreements for both the temperature and well drawdown. Moreover, annual hourly simulations were conducted and the SCW system performances were compared for homogeneous and fractured aquifers characterized by a single fracture zone.

The results presented in this work are contradictory to the results presented by Deng (2004)

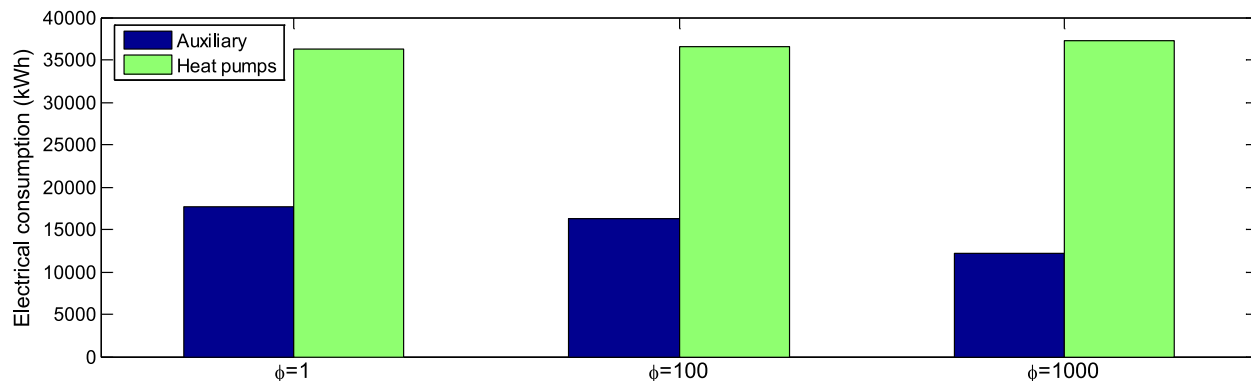


Figure 5.13 Summary of the total energy consumption for all cases.

and Ramesh et Spitler (2012), which is an important contribution. Indeed, it was shown that, for an equivalent aquifer hydraulic conductivity, the presence of a single fracture zone is beneficial to the SCW system only when a bleed operation is used. However, in the presence of a regional groundwater flow, a fracture zone is expected to be beneficial even without a bleed operation. Results from annual hourly simulations indicate that a reduction of energy consumption of 8 % was achieved when a highly conductive fracture zone was considered. For SCW systems in fractured aquifer, the proposed model can be used to predict the performance of the planned design and control system.

## 5.5 Nomenclature

$A$	area ( $\text{m}^2$ )
$C$	thermal capacity ( $\text{J/K}$ )
$c$	Volumetric heat capacity ( $\text{J}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ )
$COP$	coefficient of performance (-)
$CAP$	capacity ( $\text{W/unit}$ )
$K$	hydraulic conductivity ( $\text{m/s}$ )
$k$	thermal conductivity ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ )
$H$	hydraulic head ( $\text{m}$ )
$b$	aquifer thickness ( $\text{m}$ )
$l$	fracture zone thickness ( $\text{m}$ )
$n$	number of active heat pumps (-) or number of nodes (-)
$n$	number nodes (-)
$r$	radius ( $\text{m}$ )

$R_t$	thermal radial resistance (K/W)
$\tilde{R}_t$	thermal vertical resistance (K/W)
$R_h$	hydraulic radial resistance (s/m <sup>2</sup> )
$\tilde{R}_h$	hydraulic vertical resistance (s/m <sup>2</sup> )
$S$	storage (m <sup>2</sup> )
$s$	Specific storage ( $m^{-1}$ )
$t$	time (s)
$T$	temperature (°C)
$\dot{V}$	pumping flow rate (m <sup>3</sup> /s)
$v$	control volume (m <sup>3</sup> )
$z$	depth (m)

#### Greek symbols

$\beta$	bleed ratio (%)
$\phi$	hydraulic contrast ratio (-)
$\rho$	density (kg/m <sup>3</sup> )
$\nu$	velocity (m/s)

#### Subscripts

$fi$	inner fluid
$p$	pipe
$fo$	outer fluid
$a$	aquifer
$aa$	advection in aquifer
$da$	diffusion in aquifer
$D$	Darcy
$i$	time step index
$j$	node index
$k$	neighboring node index

#### Acronyms

EWT	entering water temperature
GHE	ground heat exchanger
LWT	leaving water temperature
SCW	standing column well
TRCM	thermal resistance and capacity model

## 5.6 Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) for its financial support.



## CHAPITRE 6

### ARTICLE 3 : AN ADAPTIVE SEGMENTATION HAAR WAVELET METHOD FOR SOLVING THERMAL RESISTANCE AND CAPACITY MODELS OF GROUND HEAT EXCHANGERS

A. Nguyen<sup>1\*</sup>, P. Pasquier<sup>1</sup>

Submitted to *Applied Thermal Engineering*.

<sup>1</sup>Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O. Box 6079 Station Centre-Ville, Montréal, Canada H3C 3A7

\*Corresponding author – Phone : (514) 340 4711 ext. 3719 – Email : t.nguyen@polymtl.ca

#### Abstract

Increasingly complex numerical models are nowadays often utilized for studying ground source heat pump applications. The differential equation systems representing these models are often both large and stiff and can be hard to solve with conventional implicit methods. In this work, an adaptive step size segmentation Haar wavelet method is developed for solving large stiff ODE systems representing ground heat exchanger models in order to compute the ground temperature distribution over time. Three models are studied in this work : the cylinder-source model, a standing column well model and a vertical closed-loop borehole model. The proposed method is compared with a commercial stiff ODE solver. Results indicate that, for a similar accuracy, the proposed method is 3 to 17 times faster than state-of-the-art commercial solvers.

#### 6.1 Introduction

In recent years, numerical methods have been successfully used to emulate ground-coupled heat pump systems wherein a heat carrier fluid circulating through a ground heat exchanger (GHE) transfers heat with the surrounding ground (Eslami-nejad et Bernier, 2011; Carotenuto *et al.*, 2012; Rees et He, 2013; Yang *et al.*, 2013). Among these methods, the thermal resistance and capacity model (TRCM) approach (Bauer *et al.*, 2011a; Zarrella *et al.*, 2013; Pasquier et Marcotte, 2012; Nguyen *et al.*, 2015c; Zarrella et Pasquier, 2015), which generates large systems of ordinary differential equations (ODEs), has proven to be efficient while accounting for both heat transport in the GHE and the ground. Since the temperature field can change at significantly different rates over the domain, the resulting system is often stiff.

Solving stiff ODE systems can be numerically challenging. Indeed, selection of the integration step size is critical since large steps can lose some fast changing properties of the solution while small steps greatly increase the computation time. A large array of numerical explicit and implicit methods is available for solving stiff problems (Cash, 2003). Although implicit methods usually perform significantly better than explicit methods for stiff systems, the computational cost remains significant and restricts difficult calculation problems such as financial optimization (Alavy *et al.*, 2013; Retkowski et Thöming, 2014; Robert et Gosselin, 2014), simulation (Nagano *et al.*, 2006; Lee et Lam, 2008; Pasquier et Marcotte, 2013) of ground-coupled heat pump systems, or stochastic interpretation of thermal response tests (Pasquier, 2015). Hence, alternative methods for dealing with large dynamic stiff systems would be very useful.

Wavelet-based methods have received increasing interest from researchers in the last few years (Hariharan et Kannan, 2013). Among the wavelet families defined by analytical expressions, the Haar wavelet, which is best known for its use in signal analysis and image processing (Stollnitz *et al.*, 1995), was prominent for its use in solving differential equations. As a result of the pioneering works of Chen et Hsiao (1997), who first derived a Haar operational matrix of integration, the Haar wavelet method paved its way in analysis of dynamic systems. The efficiency and robustness of the Haar wavelet method has since been demonstrated for solving a variety of initial value problems (Hsiao et Wang, 1999; Lepik, 2005, 2009), boundary value problems (Siraj-ul-Islam *et al.*, 2010) and partial differential equations (Wang *et al.*, 2014).

The main advantages of the approach over state-of-the-art explicit and implicit solvers are its simplicity, sparse matrix representation and possibility of implementation of fast and efficient algorithms (Hariharan et Kannan, 2013; Lepik et Hein, 2014). Despite these advantages, the Haar wavelet method has not yet been used, to the authors' knowledge, to solve large ODE systems resulting from engineering applications. One of the reasons is that the conventional form of the Haar wavelet method treats the whole simulation period in a single step (much like a Fourier transform to which it is related). For large ODE systems requiring a high temporal discretization, this can generate a massive linear system that can't be solved with necessary accuracy and efficiency. To circumvent this problem, Lepik (2005) proposed the segmentation method which consists of partitioning the integration interval into small segments of equal length. For dynamic stiff problems however, constant time steps are seldom suitable.

This paper presents an adaptive segmentation Haar wavelet method for solving large linear

first-order stiff systems representing ground heat exchangers modeled through the TRCM approach. It is shown, through three numerical experiments, that the proposed algorithm leads to computation times up to 17 times faster than commercially available solvers.

## 6.2 Haar wavelet method

The Haar wavelet method consists of expressing each ODE by a Haar wavelet decomposition, and embedding the wavelets into a system of linear equations whose unknowns are the wavelet coefficients. The wavelet coefficients then allow a direct derivation of the ODEs solution, thereby greatly simplifying the solution procedure. In the following section, the conventional Haar wavelet method is first presented. Then, the algorithm proposed to modify the segment length is presented with sufficient details to allow the interested reader to implement the method.

### 6.2.1 Haar matrix

The orthonormal set of Haar wavelets  $h_i(t)$  is a group of square waves with magnitude of  $\pm 1$  in some intervals and zero elsewhere (Chen et Hsiao, 1997; Hsiao et Wang, 2001; Hsiao, 2004; Lepik, 2009). The  $i$ -th Haar wavelet for  $t \in [0, 1]$  is defined as :

$$h_i(t) = \begin{cases} 1 & t \in [\frac{k}{m}, \frac{k+0.5}{m}) \\ -1 & t \in [\frac{k+0.5}{m}, \frac{k+1}{m}) \\ 0 & elsewhere \end{cases} \quad (6.1)$$

where  $m = 2^j$  is the level of the wavelet,  $j = 0, 1, \dots, J$  is the dilatation parameter and  $k = 0, 1, \dots, m - 1$  is the translation parameter. For a given level of resolution  $J$ , the wavelet number  $i$  is defined as  $i = m + k + 1$ . The scaling function of the Haar wavelets  $h_1(t)$  is given by :

$$h_1(t) = \begin{cases} 1 & t \in [0, 1) \\ 0 & elsewhere \end{cases} \quad (6.2)$$

Thus, Fig. 6.1 illustrates the first four Haar wavelets  $h_1(t)$  to  $h_4(t)$  generated with Eqs 6.1 and 6.2 for  $t \in [0, 1]$ .

Combining these row vectors gives the un-normalized Haar matrix of order  $i$ , which is defined by :

$$H_i(t) = \begin{bmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \\ \vdots \\ h_i(t) \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

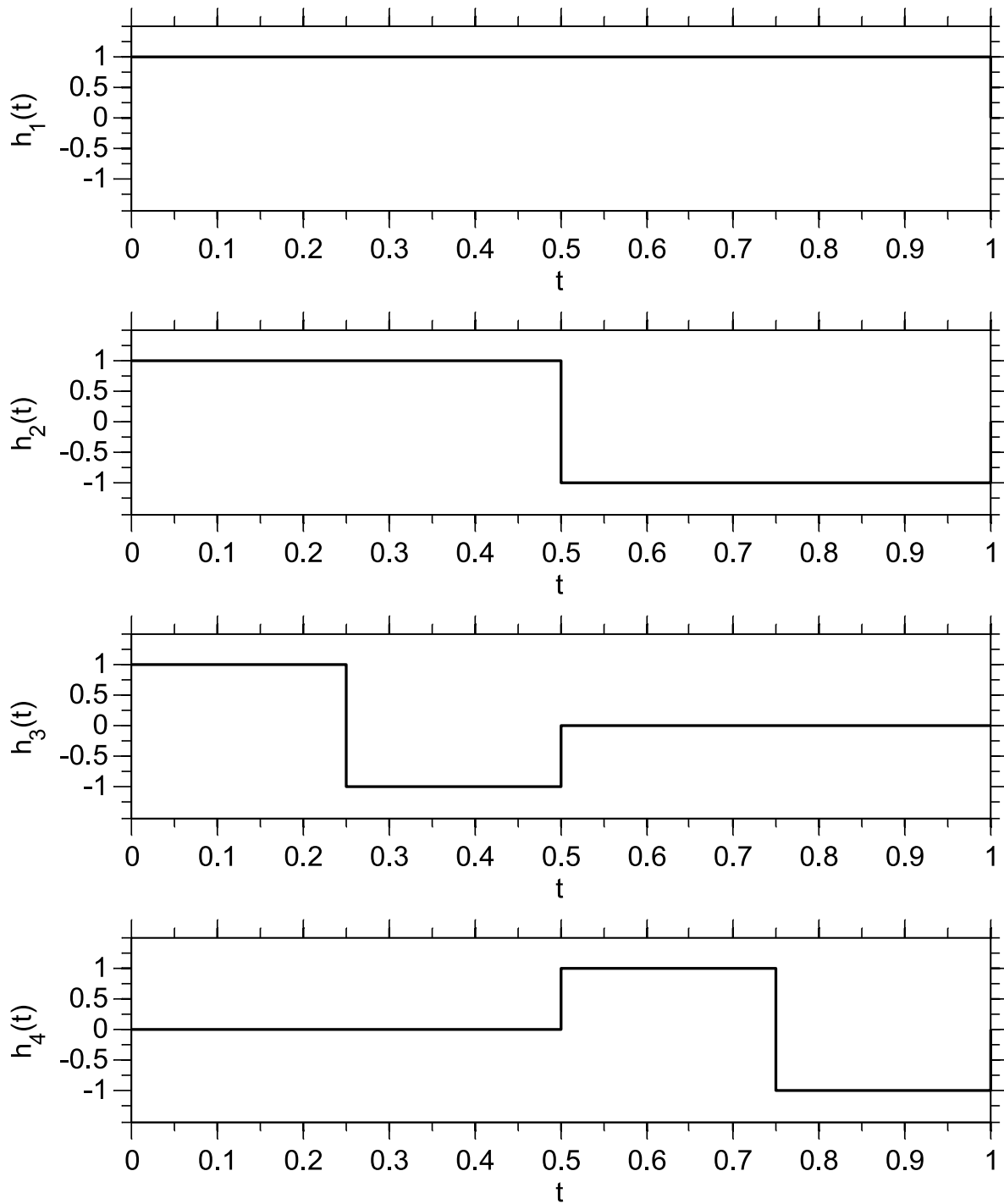


Figure 6.1 Illustration of the first four Haar wavelets  $h_1(t)$  to  $h_4(t)$  for  $t \in [0, 1]$ .

Since all the Haar wavelets are orthogonal to each other, they form a very good transform basis. Therefore, any function  $f(t)$  that is square integrable in the interval  $t \in [0, 1]$  can be expressed by means of Haar wavelets by :

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i h_i(t) \quad (6.4)$$

where  $c_i$  are the Haar coefficients. To obtain a smooth function  $f(t)$ , Eq. 6.4 requires an infinite number of wavelets. However, if the whole interval is divided into  $2M = 2 \cdot 2^J$  subintervals of equal length  $\Delta t = 1/2M$  and if the function is approximated as a piecewise constant function in each subinterval,  $f(t)$  can be approximated by (Hsiao et Wang, 2001) :

$$f(t) \approx \sum_{i=1}^{2M} c_i h_i(t) = cH \quad (6.5)$$

where  $c$  is a row vector containing the Haar coefficients of each wavelet.

To illustrate the approach, let Eq. 6.6 be the un-normalized Haar matrix of order 4 obtained for a resolution level  $J = 1$  :

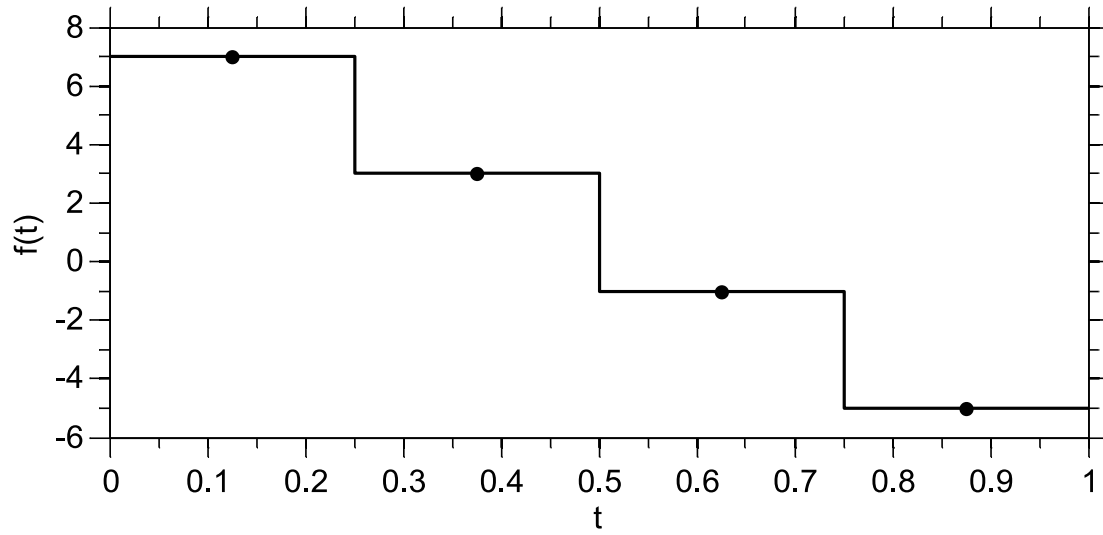
$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

and let  $c = [1 \ 4 \ 2 \ 2]$  be the wavelet coefficients of a function defined over  $[0, 1]$ . Equation 6.5 then allows computation of the piecewise constant function at each collocation point  $t = 1/8, 3/8, 5/8, 7/8$  as illustrated in Fig 6.2a.

### 6.2.2 Haar integration matrix

When solving differential equations, integration is often required to obtain a solution to the problem. Consequently, it is convenient to work with the integral of a Haar wavelet. Based on the work of Chen et Hsiao (1997), Lepik (2008) proposed a Haar integration matrix  $P_i$  of

a)



b)

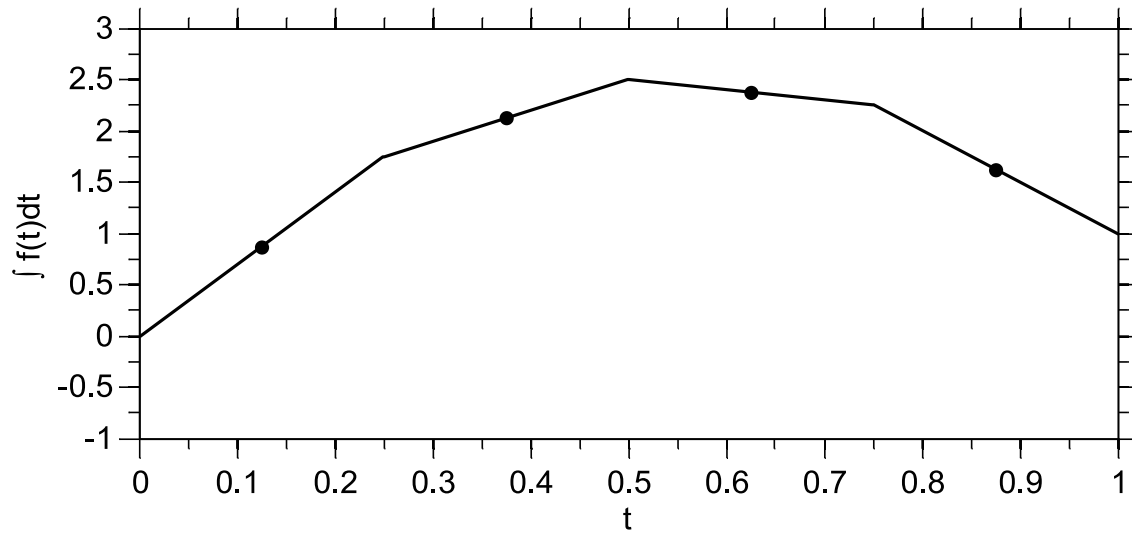


Figure 6.2 a) Piecewise constant function computed with Haar coefficients  $c = [1 \ 4 \ 2 \ 2]$  and b) its integral function.

the form :

$$P_i(t) = \begin{bmatrix} p_1 = \int_0^1 h_1(t)dt \\ p_2 = \int_0^1 h_2(t)dt \\ \vdots \\ p_i = \int_0^1 h_i(t)dt \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

where the  $p_i$  are given by :

$$p_i(t) = \begin{cases} t - \frac{k}{m} & t \in [\frac{k}{m}, \frac{k+0.5}{m}) \\ \frac{k+1}{m} - t & t \in [\frac{k+0.5}{m}, \frac{k+1}{m}) \\ 0 & elsewhere \end{cases} \quad (6.8)$$

Use of matrix  $P$  allows direct integration of  $f(t)$  over  $t \in [0, 1]$  through

$$\int_0^1 f(t)dt \approx \sum_{i=1}^{2M} c_i p_i(t) = cP \quad (6.9)$$

Pursuing the example started previously, Eq. 6.7 is used to construct the Haar integration matrix  $P_4$  :

$$P_4 = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

Then, integration of  $f(t)$  over  $[0, 1]$  is accomplished by multiplying the wavelet coefficient vector  $c$  with the integration matrix  $P$ , as illustrated in Fig. 6.2b.

So far, the simulation period was the normalized interval  $t \in [0, 1]$ . To integrate the ODE system over  $t \in [0, s]$ , it can be easily shown (Lepik, 2008) that matrix  $P$  has to be scaled simply by multiplying  $P$  by the integration period  $s$ , which is achieved simply by  $sP$ . Note that matrix  $H$  is only a function of the resolution level  $J$  and does not have to be scaled.

### 6.2.3 Construction of Haar system

Now, consider a first-order ODE system of the following form :

$$\begin{cases} y'_1 = a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \cdots + a_{1n}y_n + cst_1 \\ y'_2 = a_{21}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{2n}y_n + cst_2 \\ \vdots \\ y'_n = a_{n1}y_1 + a_{n2}y_2 + \cdots + a_{nn}y_n + cst_n \end{cases} \quad (6.11)$$

where  $a_{ij}$  and  $cst_i$  are the system's coefficients and constants, respectively. The solution of the problem ( $y_i$ ) and its derivative ( $y'_i$ ) can be expanded into a Haar series and expressed as a function of  $H$ ,  $P$  and  $c$  for each of the  $n$  equations. Using the Haar wavelet method, solutions are sought in the form (Lepik, 2009) :

$$\begin{aligned} y'_1 &= c_1 H, & y_1 &= c_1 P + y_{01} E \\ y'_2 &= c_2 H, & y_2 &= c_2 P + y_{02} E \\ \vdots & & \vdots & \\ y'_n &= c_n H, & y_n &= c_n P + y_{0n} E \end{aligned} \quad (6.12)$$

where  $c_i$  is a row vector containing the  $2M$  wavelet coefficients corresponding to the function  $y'_i$ ,  $y_{0i}$  is the initial solution at  $t = 0$  of variable  $y_i$  and  $E$  is a row vector of ones of length  $2M$ . Substituting Eq. 6.12 into Eq. 6.11 generates a system of linear equations of the form  $Ax = b$  where  $A$  is a block matrix of size  $2Mn \times 2Mn$  formed by a linear combination of matrices  $H$  and  $P$  and coefficients  $a_{ij}$ ,  $x$  is a column vector of length  $2Mn$  containing the Haar coefficients  $c_i$  of the  $n$  functions  $y_i$ , and  $b$  is a column vector of the same size containing the function's derivatives  $y'_i$  evaluated at  $t = 0$ , that is  $y'_i(0)$ .

To exemplify the structure of the system, consider a tridiagonal ODE system with  $n = 3$  where  $a_{13} = a_{31} = 0$  and let  $J = 1$  so that  $2M = 4$ . The resulting linear system of size  $12 \times 12$  is obtained :

$$\begin{bmatrix} a_{11}P_4 + H_4 & a_{12}P_4 & \\ a_{21}P_4 & a_{22}P_4 + H_4 & a_{23}P_4 \\ & a_{32}P_4 & a_{33}P_4 + H_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1^T \\ c_2^T \\ c_3^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_1(0)E^T \\ y'_2(0)E^T \\ y'_3(0)E^T \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

where the superscript  $T$  stands for the transpose operator. The content of matrix  $A$  is illustrated in Fig. 6.3).



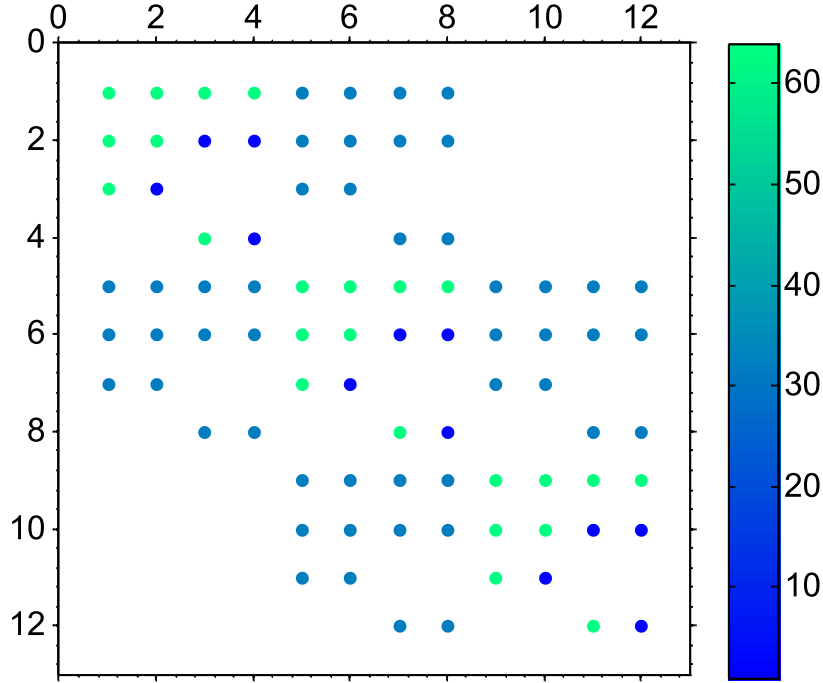


Figure 6.3 Scheme of the structure of matrix  $A$  with  $J=1$  for a tridiagonal system with 3 equations.

Solving Eq. 6.13 provides the Haar coefficients  $c_i$ . The latter are then used with Eq. 6.12 to obtain the solution and its derivative at every collocation point in one single step.

#### 6.2.4 Adaptive step size

The size of matrix  $A$  is proportional to both the number of equations  $n$  and time steps  $2M$ . Although matrix  $A$  is sparse, inverting or decomposing  $A$  becomes rapidly impractical or inefficient with just a few hundreds of time steps and equations. The segmentation method (Lepik, 2005) alleviates the solution procedure by dividing the whole integration interval into segments of the same length and by using the solution obtained at the end of a segment as the initial solution of the next segment. Since the time step is constant from a segment to another, matrix  $A$  is built and inverted (or decomposed) only once, which leads to an efficient solution procedure. The approach can, however, be unsuitable in case of dynamic systems.

Instead of computing the solution of a given ODE system directly using the conventional Haar method or the segmentation method, an adaptive step size algorithm has been developed. The general idea behind the algorithm consists of obtaining a solution ( $y(t)$  and  $y'(t)$ ) at every collocation point of a segment of length  $s$  by the Haar wavelet method. Then, the

solution is used to obtain at the last collocation point two additional independent estimations of the solution. If we assume that the two algorithms do not provide exactly the same result, the step size can be adapted in order to reduce the error observed between these two independent estimations.

The use of linear multistep methods is well suited given the distance between the collocation points within a segment is constant. The approach is also convenient since  $y$  and  $y'$  are easily computed by Eqs 6.5 and 6.9 at almost no computation cost. Thus, the linear multistep explicit Adams–Bashforth method is used to obtain  $\bar{y}$ , an estimate of the solution at the last collocation point of a segment. A second estimation,  $\hat{y}$ , is provided by the implicit Adams–Moulton method. Using  $i = 1$  to denote the index of the first point of a segment leads, for  $J = 0$ , to

$$\begin{aligned}\bar{y}_{i+1} &= y_i + h y'_i \\ \hat{y}_{i+1} &= y_i + h \left( \frac{1}{2} y'_{i+1} + \frac{1}{2} y'_i \right)\end{aligned}\tag{6.14}$$

and for  $J = 1$  to

$$\begin{aligned}\bar{y}_{i+3} &= y_i + h \left( \frac{23}{12} y'_{i+2} - \frac{4}{3} y'_{i+1} + \frac{5}{12} y'_i \right) \\ \hat{y}_{i+3} &= y_i + h \left( \frac{3}{8} y'_{i+3} + \frac{19}{24} y'_{i+2} - \frac{5}{24} y'_{i+1} + \frac{1}{24} y'_i \right)\end{aligned}\tag{6.15}$$

The length of the segment is then adapted using the well-known adaptive step size algorithm of Stoer et Bulirsch (2002). This leads to :

$$s_{new} = 0.9 \cdot s_{old} \lambda^{1/(p+1)}\tag{6.16}$$

where  $s_{old}$  is the length of the current segment,  $s_{new}$  is the proposed length of the next segment and  $\lambda$  is the error level defined by :

$$\lambda = \min \left[ \left( \frac{\sigma}{\tau} \right), \left( \frac{\eta}{\theta} \right) \right]\tag{6.17}$$

where  $\sigma$  is the absolute tolerance,  $\tau$  is the maximum absolute local truncation error,  $\eta$  is the relative tolerance and  $\theta$  is the maximum relative local truncation error. The local truncation error  $\tau$  and  $\theta$  are given by :

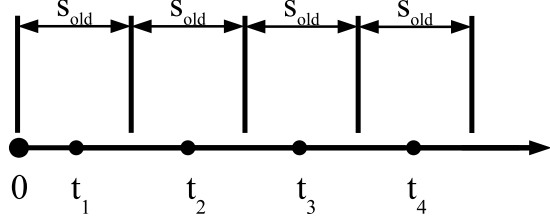
$$\tau = \max |\bar{y} - \hat{y}|\tag{6.18}$$

$$\theta = \max \left| \frac{\bar{y} - \hat{y}}{\max(\bar{y}, \epsilon)} \right|\tag{6.19}$$

where  $\epsilon$  is a small numerical value,  $\bar{y}$  is an approximation of order  $p$  and  $\hat{y}$  an approximation of order  $p+1$ .

For clarity, Fig. 6.4 illustrates an example of the adaptive algorithm with  $s_{old}$  and  $s_{new}$  for a case with  $J=1$ .

First iteration ...



Second iteration ...

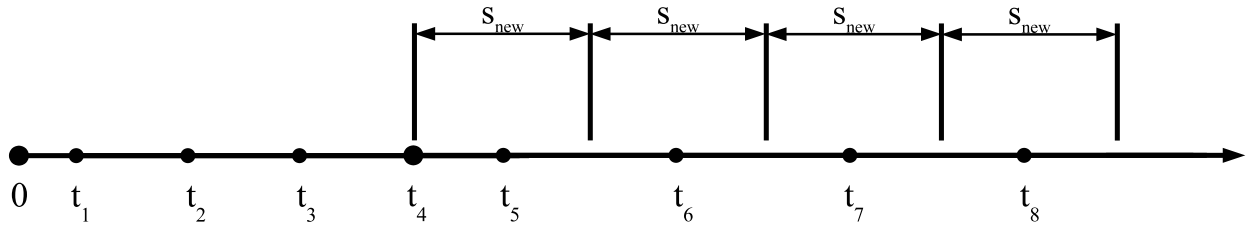


Figure 6.4 Illustration of the adaptive segment lengths  $s_{old}$  and  $s_{new}$  for a case with  $J=1$ .

The approach described previously consists of using two different integration algorithms. Although it would have been possible to compare the solution provided by the Haar wavelet method at the last collocation point with  $\bar{y}$  or  $\hat{y}$  to estimate  $\tau$  and  $\theta$ , tests indicate that the proposed approach is more stable and robust. Additionally, the Adams-Bashforth and Adams-Moulton methods share a common number of stages and don't require computation of the Nordsieck vector or use of the Newton method, which leads to a significant gain in terms of computation time.

### 6.2.5 General algorithm

The algorithm developed in this work has been implemented in a compact Matlab (The MathWorks Inc., 2011) program. To improve the performance, the program uses Kronecker products to construct Matrix  $H$  and  $A$  and relies on a Cuthill-McKee permutation (Cuthill et McKee, 1969) and LU decomposition to solve the linear system  $Ac = b$  efficiently. However, assembling and decomposing matrix  $A$  at each iteration can be time consuming. To avoid excessive recalculation of matrix  $A$ , the latter is recomputed only if the new time step  $s_{new}$  is deemed too long, or if the new step was used successfully  $N$  times. In this work, a value of  $N = 10$  to  $20$  has been found to be robust while ensuring a rapid convergence. The main

steps of the algorithm can be summarized by Algorithm 1.

```

input :  $a, y_0, s_{old}, t_f, N, \sigma, \eta, J$ 
output:  $t, y$ 
 $i = 1$ ;
Compute matrix  $H$ ;
while  $t_i < t_f$  do
    Compute matrix  $P$  according to  $s_{old}$ ;
    Compute matrix  $A$  and its  $LU$  decomposition;
     $k = 1$ ;
    while  $k < N$  do
        Compute vector  $b$  with  $y_0$ ;
        Solve  $Ac = b$  to obtain the coefficients vector  $c$ ;
        Compute  $y$  and  $y'$  at  $t_i, t_{i+1}, \dots$  ;
        Compute  $\bar{y}, \hat{y}, \lambda$  and  $s_{new}$ ;
        if  $\lambda > 1$  then
            save  $[t_i, t_{i+1}, \dots]$  and  $y([t_i, t_{i+1}, \dots])$ ;
             $k = k + 1$ ;
             $i = i + 2^J$ ;
             $y_0 = y(t_i)$ ;
        else
             $k = N$ ;
        end
    end
     $s_{old} = s_{new}$ ;
end

```

**Algorithm 1:** Schematic algorithm of the adaptive segmentation Haar wavelet method developed in this work.

### 6.3 TRCM approach

In a general way, a GHE and its surrounding ground can be represented by a nodal network of interconnected thermal resistances ( $R_T$ ) and thermal capacities ( $C$ ). For example, Fig. 6.5 shows three different GHE while Figs. 6.6-6.8 show their corresponding nodal network.

Using the heat conservation principle, the temperature ( $T$ ) variation over time and space is then given by :

$$C_j \frac{dT_j}{dt} = \sum_{k=1}^{n_j} \frac{T_k - T_j}{R_k} \quad \forall j = 1 \dots n \quad (6.20)$$

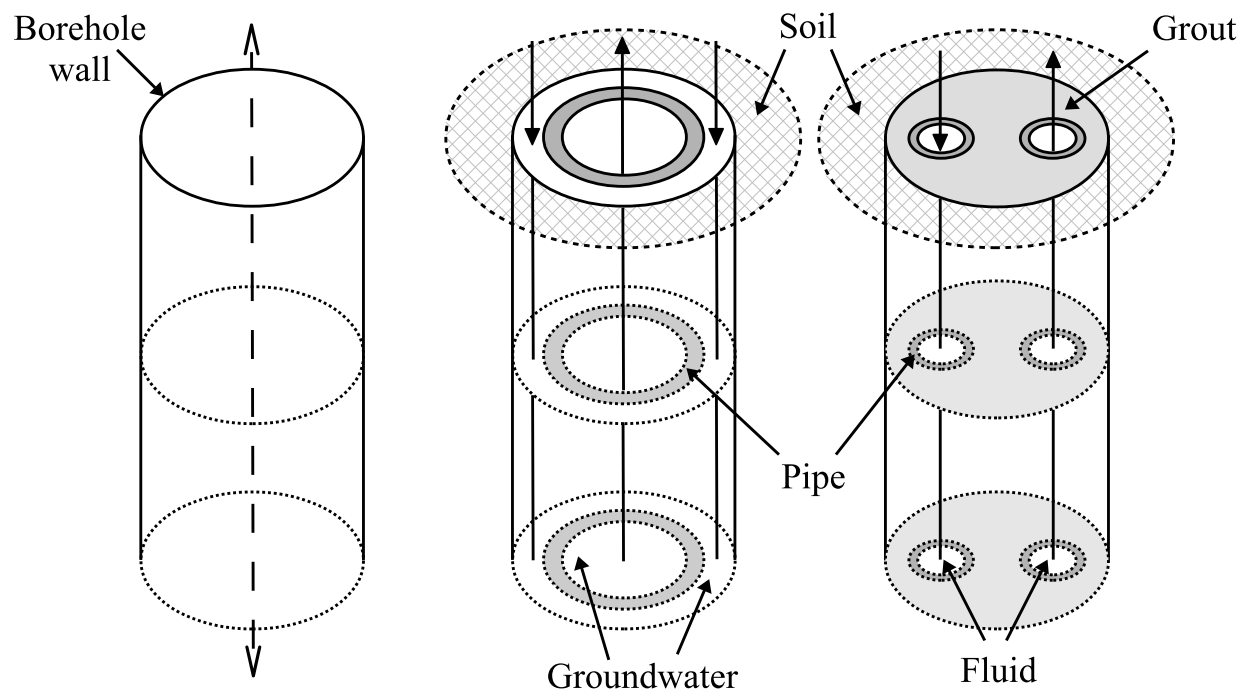


Figure 6.5 Schematic representation of the GHEs studied in this work. From left to right : ICS, SCW and U-loop.

where  $j$  is the node index,  $n_j$  is the number of neighboring nodes to node  $j$ ,  $k$  is the index of the neighboring node and  $n$  is the total number of nodes in the network. The approach is not to be disregarded for its simplicity as it can reproduce complex heat transfer solutions involving advection and diffusion with an accuracy comparable to the accuracy obtained by finite element methods.

Ultimately, one must first determine the numerical values of  $R$  and  $C$  for each specific model, which are easily obtained. Note that the coefficients  $a_{ij}$  of the ODE system are accordingly defined by the set of thermal resistances and capacities. Since the number of neighboring nodes is physically restricted to only a few in typical discretization schemes, the resulting system coefficient is sparse in most cases.

## 6.4 Cases studies

The proposed Haar wavelet method is used for solving the three linear TRCMs of GHEs illustrated in Fig. 6.5. The first case is a simple tridiagonal system representing an infinite cylindrical source, the second case is a more complex system which represents a 2D-axial standing column well, and the third case is a quasi-3D representation of the widely used vertical closed-loop well. In all cases, a constant heat flux is imposed for reasons of simplicity. However, note that this method can easily account for time varying heat flux. For these stiff ODE systems, the proposed Haar wavelet method is compared against the commercial stiff ODE solver *ode15s* from MATLAB, which is a quasi-constant step size implementation of the numerical differentiation formulas (NDFs) in terms of backward differences (Shampine et Reichelt, 1997). The *ode15s* solver was chosen because it was the most efficient one out of all the solvers in the MATLAB ODE suite. The accuracy of the method proposed in this work is evaluated by a mean absolute difference (MAD) over all solutions. For all scenarios, the computations were carried out on a standard desktop computer with a 3.6 GHz Intel i7-2600K processor.

### 6.4.1 Infinite cylindrical-source model

The heat transfer between the heat carrier fluid and the ground in a typical closed-loop borehole is a three-dimensional transient heat transfer problem, but it is often simplified into a 1D radial problem for simplicity. When doing so, it is assumed that a constant heat flux is imposed at the surface of a cylinder of radius  $r_b$  in a homogeneous domain of infinite extent. The present case also refers to the widely used infinite cylindrical-source (ICS) model

discussed in the classical book of Carslaw et Jaeger (1959) :

$$T(r, t) = \frac{q}{k_s \pi^2} \int_0^\infty (e^{-z^2 \alpha t / r_b^2} - 1) \frac{J_0(rz/r_b)Y_1(z) - J_1(z)Y_0(rz/r_b)}{z^2 (J_1^2(z) + Y_1^2(z))} dz \quad (6.21)$$

where  $J_0, J_1, Y_0$  and  $Y_1$  are Bessel functions. This first case study is easily represented by a TRCM in a 1D axial geometry (Fig. 6.6) and the resulting ODE system is tridiagonal. One can simply set the radius  $r_s$  to a very large value to avoid boundary limit effects. Since only heat diffusion is involved, the system is only slightly stiff with a minimum eigenvalue of -32.2 but still causes trouble with explicit methods. To ensure a sufficient accuracy to the solution, a total of 2000 nodes are generated to discretize the domain. Considering that the exact solution to the ICS is known, the objective of this first case is to demonstrate the accuracy of the proposed Haar wavelet method.

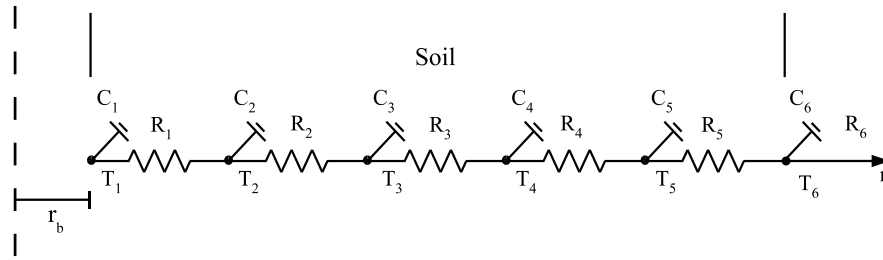


Figure 6.6 Nodal network for the ICS model.

#### 6.4.2 Standing column well model

The second case study is known as the standing column well (SCW) system recently developed by Nguyen *et al.* (2015c). In such a system, groundwater is pumped from the base of the well at its center before being re-injected at the top in the annular space. In this case, the inlet and outlet fluids are explicitly accounted for, which makes this model much closer to the real geometry of the SCW. The corresponding nodal network is shown in Fig. 6.7.

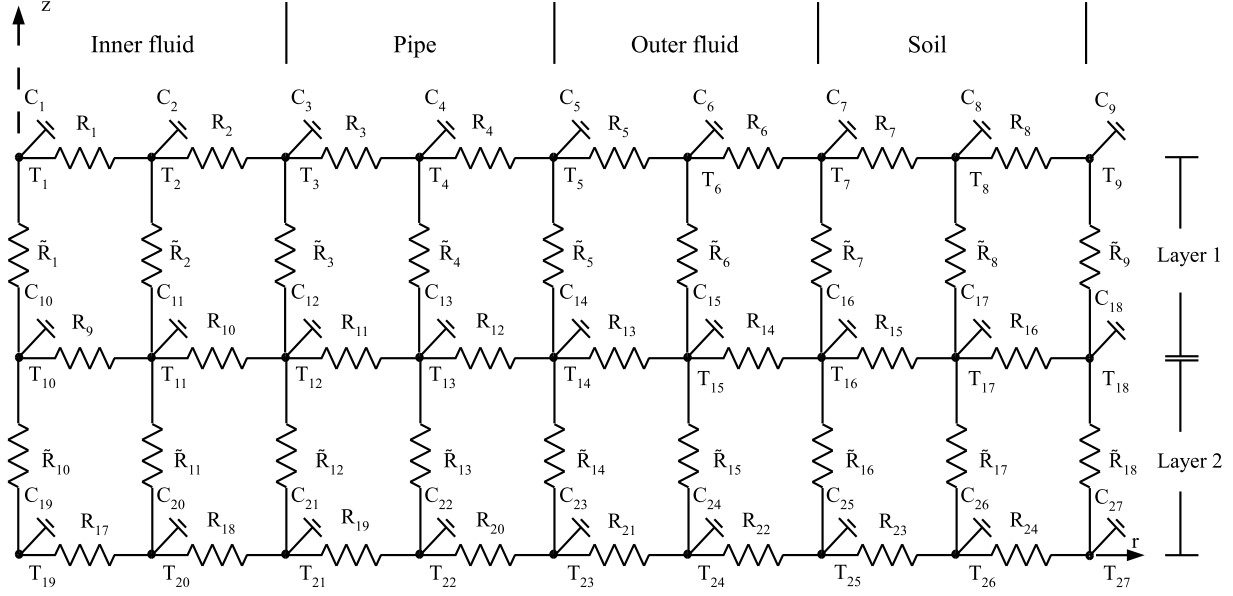


Figure 6.7 Nodal network for the SCW model (from Nguyen *et al.* (2015c)).

The 2D radial geometry makes this ODE system less sparse because each node has up to four neighbors. It is also physically more complex than the ICS as it involves both heat advection and diffusion, which makes the system more stiff. For the whole simulation duration, a constant  $\Delta T$  of  $1^\circ\text{C}$  is imposed between the inlet and outlet fluid. Hence, to demonstrate the advantage of the proposed Haar wavelet method over the solver ode15s for larger systems, cases with 2000 and 3000 nodes are conducted. In both cases, the minimum eigenvalue is  $-1.4\text{e}5$ .

#### 6.4.3 Vertical closed-loop model

The third case is the vertical closed-loop borehole model represented in a quasi-3D geometry and developed by Pasquier et Marcotte (2012, 2014). It consists of a borehole filled with a grout in which a heat carrier fluid circulating through a U-loop pipe exchanges heat with the surrounding ground.



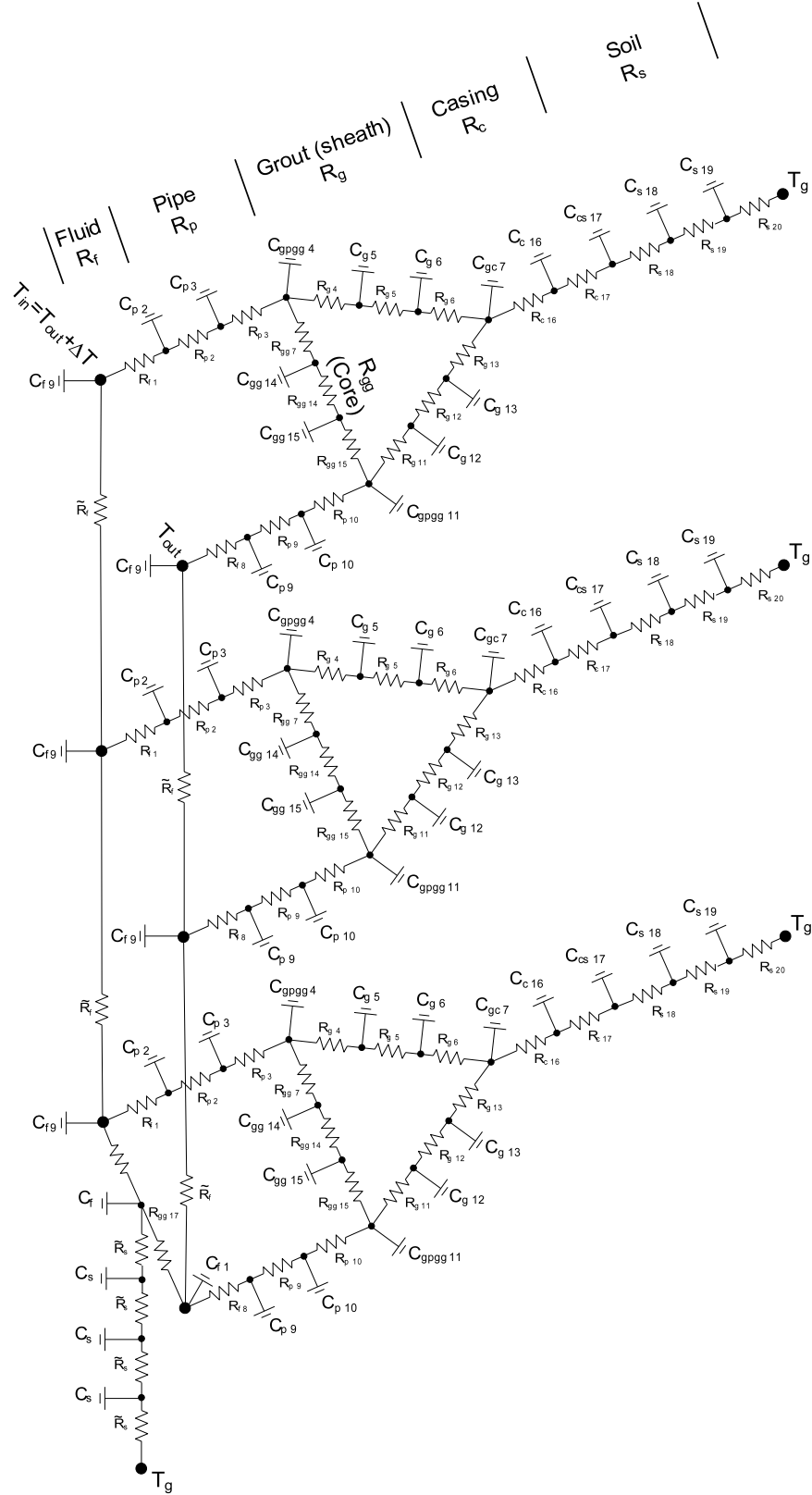


Figure 6.8 Nodal network for the U-Loop model (from Pasquier (2015)).

Unlike the ICS model, this model explicitly accounts for the heat carrier fluid, the U-loop and the grout. As shown in Fig. 6.8, the thermal network within the borehole is not radial but contains also an axial component and is therefore slightly more complex than the SCW model. Both advection and diffusion are considered in this model. Similar to the SCW model, a constant  $\Delta T$  of  $1^\circ\text{C}$  is imposed between the inlet and outlet fluid. This system consists of over 3110 nodes with a minimum eigenvalue of  $-2.6\text{e}7$ .

## 6.5 Results and discussion

Tableau 6.1 Parameters used for the U-loop model.

Parameter	Scenario			Unit
	1 - ICS	2 - SCW	3 - U-loop	
$r_{pi}$	-	0.069	0.017	(m)
$r_{po}$	-	0.076	0.022	(m)
$r_b$	.15	0.102	0.0760	(m)
$r_s$	300	100	100	(m)
$D$	-	-	0.045	(m)
$L$	-	150	150	(m)
$k_f$	-	0.6	0.6	(Wm <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
$k_p$	-	0.1	0.4	(Wm <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
$k_g$	-	-	0.1	(Wm <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
$k_s$	2	2.31	2	(Wm <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )
$c_f$	-	4.2	4.2	(MJm <sup>-3</sup> °C <sup>-1</sup> )
$c_p$	-	1.56	1.9	(MJm <sup>-3</sup> °C <sup>-1</sup> )
$c_g$	-	-	2.3	(MJm <sup>-3</sup> °C <sup>-1</sup> )
$c_s$	2.5	2.67	2.4	(MJm <sup>-3</sup> °C <sup>-1</sup> )
$\dot{V}$	-	2.5e-3	5.4e-4	(m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )

First, Table 6.1 presents the parameters used to generate the resistances and capacities of each model while Table 6.2 presents a summary of the results regarding the cases studied in this work. It is worth mentioning that solutions provided by *ode15s* and the proposed Haar wavelet method are both computed using similar absolute and relative tolerances for all three cases.

Tableau 6.2 Summary of the computation times and error obtained for each scenario.

Scenario	n (-)	Method	Computation time (s)	Relative gain (-)	MAD (°C)
1 - ICS	2000	ode15s	16.1	-	-
		HWM (J=0)	4.4	3.7	2.6e-6
		HWM (J=1)	5.2	3.1	1.4e-6
2 - SCW	2000	ode15s	17.5	-	-
		HWM (J=0)	3.1	5.6	7.8e-4
		HWM (J=1)	6.2	2.8	2.4e-4
2 - SCW	3000	ode15s	53.3	-	-
		HWM (J=0)	5.0	10.7	7.7e-4
		HWM (J=1)	11.0	4.8	2.4e-4
3 - U-loop	3110	ode15s	74.3	-	-
		HWM (J=0)	8.7	8.5	4.5e-4
		HWM (J=1)	4.3	17.4	2.8e-4

For the first case, Fig. 6.9a illustrates the temporal evolution of the borehole wall temperature  $T(r_b)$  over a 10-year period given by the exact ICS solution and the TRCM solution obtained by *ode15s* and the proposed Haar wavelet method with  $J=0$ . Notice that both numerical methods are able to reproduce the ICS solution accurately with an average absolute error of  $6.3e-6$  and  $8.9e-6$  °C, respectively. The absolute difference between *ode15s* and the proposed method is shown in Fig. 6.9b and corresponds to a MAD of  $2.6e-6$  °C. In this case, the *ode15s* code is slightly more accurate than the Haar wavelet method. However, it required 16.1 seconds of computation by comparison to the Haar wavelet method which was 3.7 times faster with only 4.4 seconds. Using a resolution of  $J=1$ , the proposed method provided a more accurate solution than *ode15s* with an average absolute error of  $4.3e-6$  °C. As expected, the computation time was slightly increased to 5.2 seconds, which is still 3.1 times faster than *ode15s*. A MAD of  $1.4e-6$  °C was observed between the two methods in this case. These results show that increasing the resolution of each segment improves the accuracy of the Haar wavelet method.

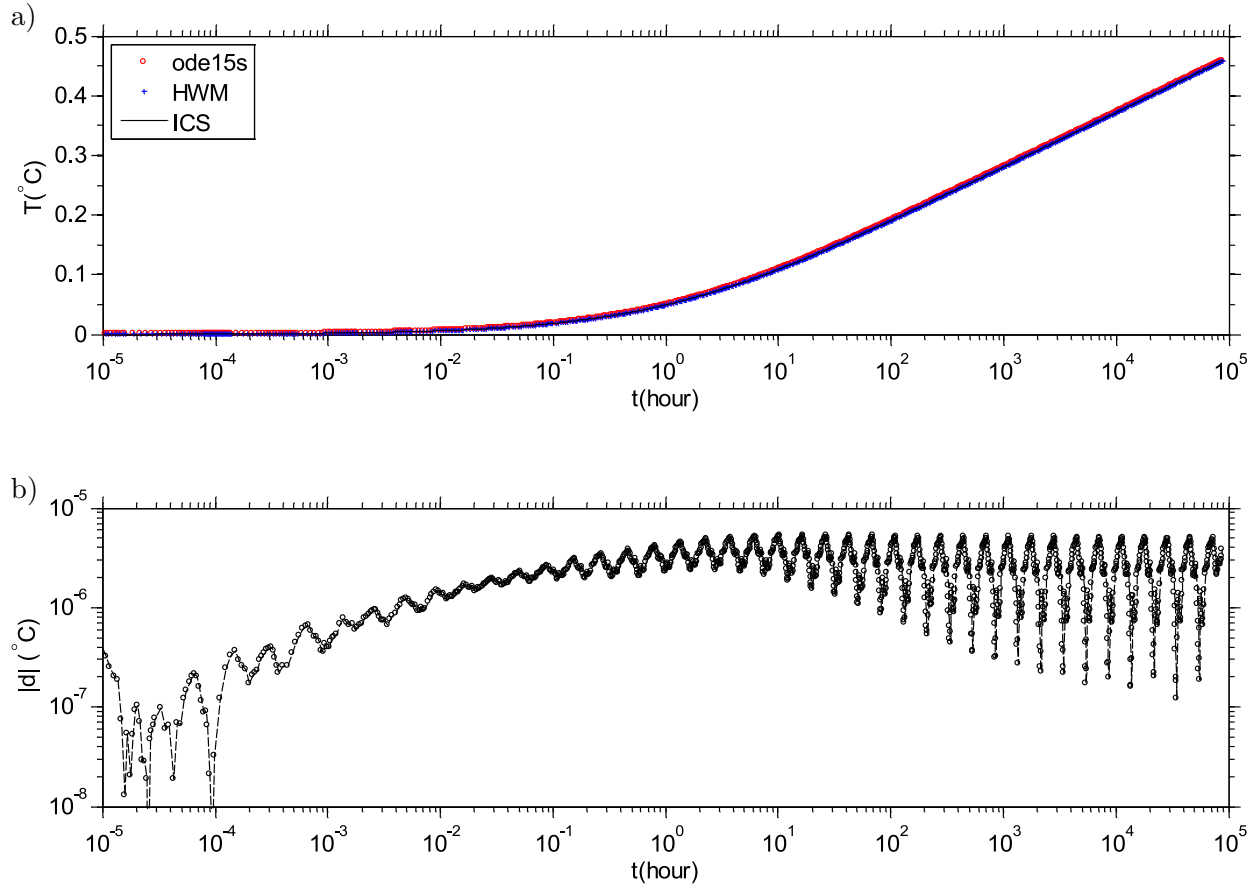


Figure 6.9 Temporal evolution of the a) borehole wall temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with  $J=0$  and *ode15s* for the ICS model.

For the SCW model with  $n=2000$ , the temporal evolution of the inlet and outlet fluid temperature (i.e.  $T_{in}$  and  $T_{out}$ ) obtained by *ode15s* and the Haar wavelet method with  $J=0$  is shown in Fig. 6.10a. Both solutions are again very similar in terms of absolute differences as illustrated in Fig. 6.10b with a MAD of about  $7.8e-4$  °C. For computation times, the Haar wavelet method is 5.6 times faster with 3.1 seconds versus 17.5 seconds for *ode15s*. This increase in computation time is directly related to advection of the fluid, which makes the system stiffer. With a resolution of  $J=1$ , the accuracy is improved with a MAD of  $2.4e-4$  °C while the computation time is increased to 6.2 seconds, which is still significantly faster (2.8 times faster).

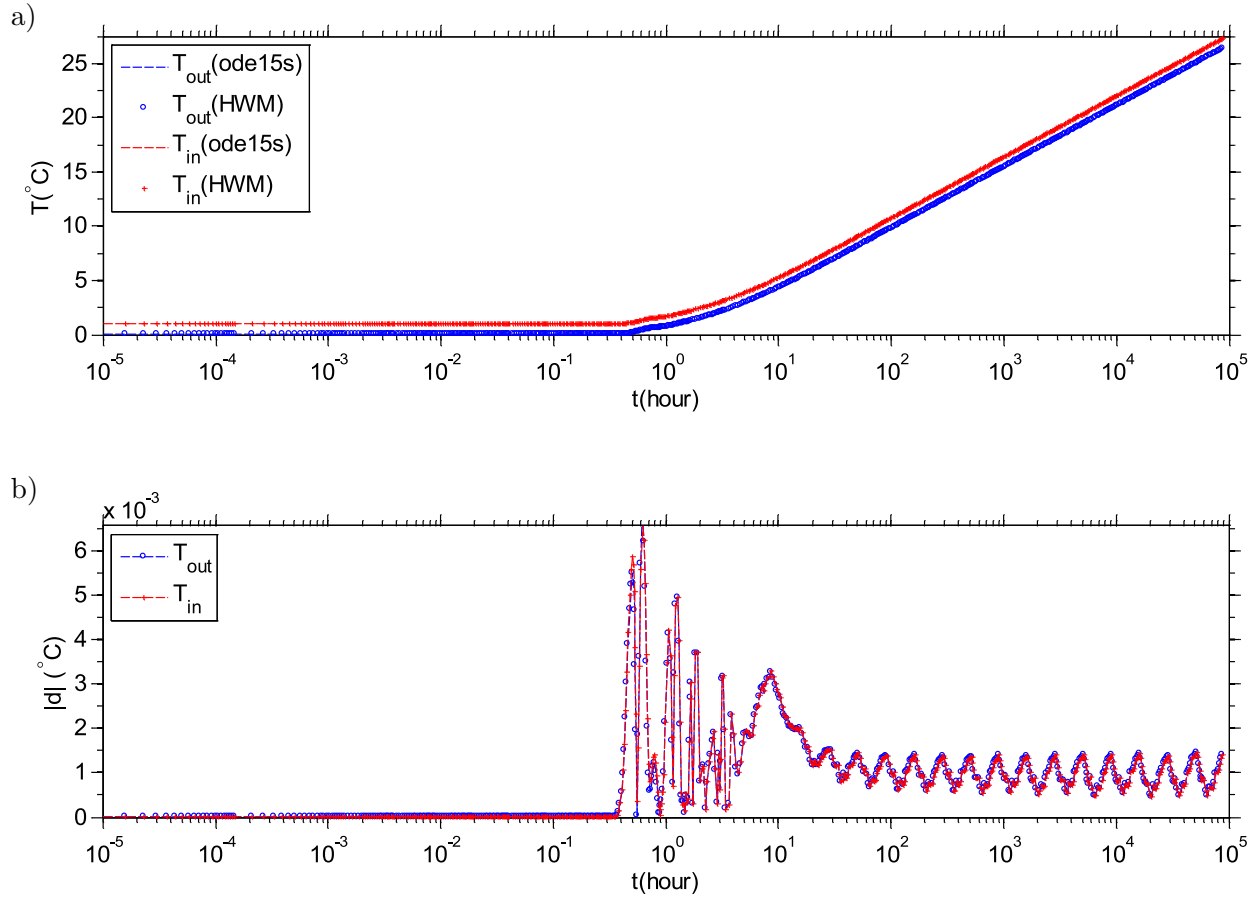


Figure 6.10 Temporal evolution of the a) inlet and outlet fluid temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with  $J=0$  and *ode15s* for the SCW model ( $n=2000$ ).

When the SCW model is discretized into a finer mesh (i.e  $n = 3000$ ), *ode15s* becomes considerably slower and requires up to 53.3 seconds to compute the solution. On the other hand, the Haar wavelet method remains notably fast with a relative gain of 10.7 for  $J=0$ . With  $J=1$ , the computation time increases to 11.0 seconds, which is still 4.8 times faster. This case study shows that the proposed Haar wavelet method remains surprisingly fast when dealing with increasingly large stiff ODE system.

For the U-loop model, Fig 6.11a) presents the temporal evolution of  $T_{in}$  and  $T_{out}$  obtained by *ode15s* and the Haar wavelet method with  $J=0$  while Fig. 6.11b presents the absolute differences with respect to  $T_{in}$  and  $T_{out}$ . In this case, a MAD of  $4.5e-4$  °C is observed. The proposed Haar wavelet method is 8.5 times faster with 8.7 seconds versus 74.3 seconds for *ode15s* due to the system's stiffness. Surprisingly, the Haar wavelet method performs even

better for  $J=1$  with a computation time of only 4.3 seconds and a relative gain of 17.4 times. The accuracy is again increased with a MAD of  $2.8e-4$  °C. This highlights the benefit of the Haar wavelet method for large highly stiff systems.

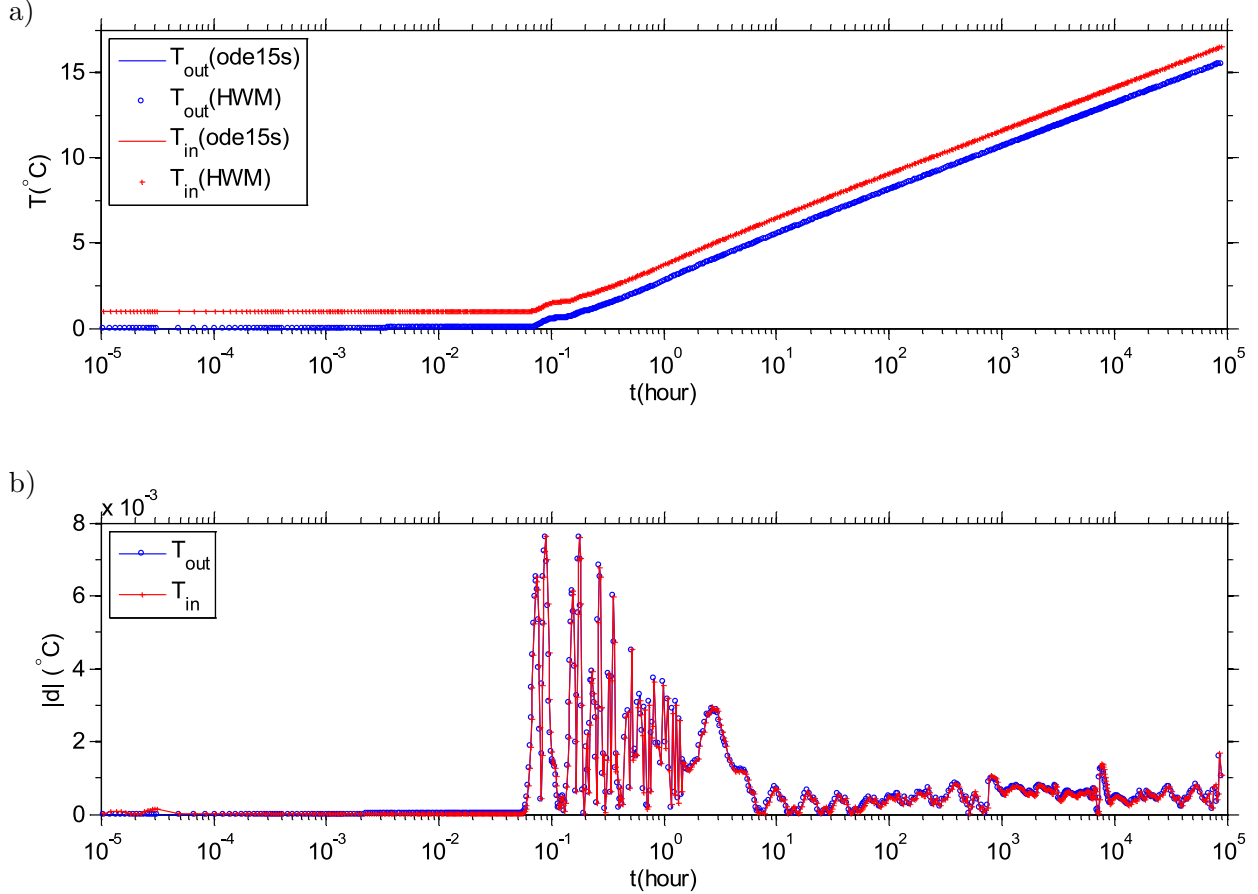


Figure 6.11 Temporal evolution of the a) inlet and outlet fluid temperature and b) absolute difference between the proposed Haar wavelet method with  $J=0$  and *ode15s* for the U-loop model.

## 6.6 Conclusion

The use of increasingly complex models are nowadays often required for studying GHEs. In this work, a new method using Haar wavelets is developed for solving large linear stiff ODE systems obtained by the TRCM approach. In order to overcome the limitations of the conventional Haar wavelet method, a segmentation method coupled to an adaptive stepsize algorithm is proposed. Three case studies were investigated : the ICS model, the SCW model and the U-loop model. The examples shown in this paper demonstrate that the proposed Haar wavelet method can successfully compete with the efficient *ode15s* code from the MATLAB

ODE suite for solving large stiff ODE systems. It was shown that increasing the resolution of each segment provides a more accurate solution, but does not necessarily increase the computational burden. Also, it was demonstrated that the proposed method remains surprisingly fast even with a significant increase of the system size and performs even better with highly stiff problems. This trend should be observed for larger and stiffer problems. Results indicate that the method developed in this work is 3 to 17 times faster than state-of-the-art commercial solvers.

## 6.7 Nomenclature

$a$	system coefficients
$C$	thermal capacity ( $\text{J } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
$c$	Haar coefficients (-) or volumetric heat capacity ( $\text{MJm}^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
$D$	shank spacing (m)
$H$	Haar matrix (-)
$h$	Haar wavelet (-)
$J$	Bessel function of the first kind(-)
$j$	dilatation parameter (-)
$k$	translation parameter (-) or thermal conductivity ( $\text{Wm}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )
$L$	heat exchanger length (m)
$m$	level of wavelet (-)
$n$	number of equations (-)
$P$	Haar integral matrix (-)
$p$	Haar integral (-) or accuracy order (-)
$R$	thermal resistance ( $^\circ\text{C W}^{-1}$ )
$r$	radius (m)
$s_{old}$	old step size (s)
$s_{new}$	new step size (s)
$T$	temperature (m)
$t$	time (s)
$\dot{V}$	flow rate ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
$Y$	Bessel function of the second kind (-)
Greek symbols	
$\alpha$	first Haar interval (-)
$\beta$	second Haar interval (-)
$\gamma$	third Haar interval (-)

$\varepsilon$	absolute difference (°C)
$\epsilon$	machine precision (-)
$\eta$	relative tolerance (-)
$\sigma$	absolute tolerance (°C)
$\theta$	maximum relative local truncation error (-)
$\lambda$	error level (-)
$\tau$	maximum absolute local truncation error (°C)

#### Subscripts

$b$	borehole
$f$	fluid
$g$	grout
$i$	time step index
$j$	node index
$k$	neighboring node index
$p$	pipe
$s$	soil

#### Acronyms

GHE	ground heat exchanger
ICS	infinite cylindrical source
ODE	ordinary differential equation
PDE	partial differential equation
SCW	standing column well
TRCM	thermal resistance and capacity model

## 6.8 Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and Québec's Nature and Technology Research Funds (FQRNT) for their financial support.



## CHAPITRE 7

### DISCUSSION GÉNÉRALE

Les travaux de cette thèse visaient en premier lieu à développer un outil de calcul permettant de modéliser un système dynamique de PCP pour ensuite évaluer l'influence de l'écoulement de l'eau souterraine dicté par la présence d'une zone de fractures. Enfin, une méthode de résolution numérique par l'approche des ondelettes de Haar a été développée afin d'améliorer considérablement le temps de calcul. Les contributions originales relatives à ces travaux sont discutées ci-dessous.

#### 7.1 Modélisation d'un PCP par RCT

Les phénomènes thermohydrauliques dans un PCP opérant avec saignée sont des processus couplés et non linéaires. Néanmoins, les échanges de chaleur par advection et diffusion au sein du domaine ont pu être modélisés aisément à l'aide d'un réseau de résistances et capacités thermiques. Cette méthode est simple à implémenter dans le cas du PCP puisque la géométrie est axiale. Le domaine de calcul est alors discrétisé en une série de cylindres creux. La prochaine étape consiste simplement à attribuer les valeurs numériques aux résistances et capacités thermiques à travers le réseau nodal pour un modèle spécifique. Celles-ci sont facilement calculables par des formules analytiques existantes. Pour assurer une meilleure précision, il suffit de raffiner la discrétisation autour des zones critiques.

Une des contributions originales du modèle développé est la prise en compte du flux hydraulique par superposition temporelle de la solution analytique de Theis. Cette approche permet de modéliser l'activation de la saignée en changeant les résistances impliquées au cours de la simulation. Il a donc été possible de simuler le couplage entre les phénomènes thermiques et hydrauliques de façon rapide et précise. En plus, en imposant des conditions aux limites variables dans le temps, il a été possible de simuler l'opération dynamique d'un système comportant un contrôle à trois paliers de la saignée et une séquence d'arrêt des PàC.

L'approche par RCT ne doit pas être sous-estimée en raison de sa simplicité. En effet, il a été montré dans ce projet de recherche que cette approche permet de reproduire rapidement et précisément des solutions calculées par la méthode des éléments finis. En ce sens, le premier objectif formulé a été atteint.

L'approche par RCT est donc très adaptée aux systèmes à PCP. Cependant, les changements brusques peuvent nuire à la convergence des solveurs d'EDO conventionnels, ce qui augmente considérablement le temps de calcul. En plus, la solution de Theis est limitée aux aquifères homogènes, ce qui rend impossible l'intégration de l'écoulement de fracture.

## 7.2 Effet d'une zone de fracture

Il est évident que la présence de zones fracturées au sein de la matrice rocheuse affectera le régime d'écoulement de l'eau souterraine. Puisqu'il est fréquent d'en intercepter lors des travaux de forages, il est pertinent d'étudier l'impact de celles-ci sur le PCP. Pour ce faire, un modèle numérique intégrant une zone de fractures a été développé à l'aide de l'approche RCT.

Dans le cadre de cette thèse, la zone de fractures a été simplifiée en une seule couche poreuse en utilisant une approche de continuum. Cette approche est valide lorsque la densité de fractures est élevée, leurs ouvertures sont constantes, les orientations sont distribuées plutôt que constantes, et l'intérêt est principalement sur le débit volumétrique. Bien que cette approche ne soit pas toujours valide en pratique, l'approche de continuum a été choisie puisqu'elle est simple et s'implémente facilement au modèle développé. De plus, la zone de fracture a été contrainte d'être horizontale en raison de la géométrie axiale du modèle.

De la même manière que pour le champ de température, le champ de charge hydraulique en milieu fracturé a été modélisé numériquement en utilisant le concept de résistance et d'emmagasinement hydraulique. Ainsi, le couplage entre les phénomènes thermiques et hydrauliques dans ce modèle est effectué entièrement de façon numérique, contrairement au modèle précédent. Cette approche est donc plus flexible et permet facilement la simulation d'un schéma d'écoulement complexe causé par une zone de fractures. Cependant, les paramètres hydrogéologiques doivent être connus *a priori*, ce qui est rarement le cas en pratique. Des essais de terrain additionnels (e.g. essai de pompage) seraient alors nécessaires.

Plus important encore, il a été démontré via des simulations annuelles que la présence d'une zone de fracture a un impact positif relativement important sur les performances du PCP opérant avec la saignée. Cette conclusion infirme ce qui était avancé par Deng (2004) et Ramesh et Spitler (2012) à l'aide de modèles trop simplifiés. En outre, plus cette zone est perméable, plus son impact est important. Lorsque celle-ci n'est pas utilisée, la zone fracturée n'a aucun impact, ce qui était envisageable. Cette dernière conclusion est valide seulement

dans les cas où l'écoulement régional est nul ou négligeable. Le cas contraire n'a pas été étudié étant donné la géométrie axiale du modèle. Ainsi, le deuxième objectif formulé de la thèse a été atteint.

Bien qu'il ait été démontré que cette méthode de modélisation permet de reproduire précisément des solutions de référence calculées par la méthode des éléments finis, la validité de ce modèle est spécifique aux hypothèses posées. Il aurait été souhaitable de valider expérimentalement les hypothèses utilisées.

### **7.3 Résolution par la méthode des ondelettes de Haar**

La modélisation des systèmes à PCP par l'approche RCT diminue grandement le temps de résolution par comparaison à d'autres approches connues comme, par exemple, la méthode des éléments finis. Cependant, le temps nécessaire reste considérable étant donné l'aspect séquentiel des méthodes d'intégration utilisées par les solveurs implicites. Pour cette raison, une nouvelle méthode d'intégration a été développée. Celle-ci combine la méthode des ondelettes de Haar et un algorithme à pas de temps variable. La méthode résultante est une approche séquentielle hybride qui permet l'intégration rapide des systèmes raides d'EDO. La méthode développée est générale et ne se limite pas aux systèmes étudiés dans ce projet de recherche.

La méthode de Haar développée permet d'obtenir une solution beaucoup plus rapidement que les méthodes implicites conventionnelles pour les systèmes d'EDO de grande taille. En effet, la forme creuse des matrices permet cette accélération remarquable. Il a été démontré que les gains sont d'avantage importants avec l'augmentation de la raideur du système et du nombre d'équations. Malgré tout, l'ordre de convergence de la méthode de Haar demeure inconnu et reste à déterminer. Suite à ces travaux, le troisième objectif spécifique formulé a été atteint.

Dans ce projet de recherche, la méthode de Haar a été développée pour résoudre les systèmes linéaires uniquement. Cependant, elle peut être adaptée pour résoudre les systèmes non linéaires, tel que le cas des PCP opérant avec un contrôle de la saignée. Cependant, cela augmenterait considérablement le coût de calcul puisque la matrice des coefficients devrait être recalculée à plusieurs reprises.

## CHAPITRE 8

### CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

L'objectif général de cette thèse était de développer un modèle numérique rapide et efficace d'un PCP intégrant les phénomènes de diffusion-advection de la chaleur et de l'écoulement de l'eau souterraine en milieux géologiques fracturés. Pour ce faire, une discrétisation des équations d'états par l'approche RCT a été utilisée pour générer un système d'EDO. Puis, une méthode d'intégration par ondelettes de Haar a été développée pour accélérer le temps de calcul. Les principales conclusions et recommandations pour des travaux futurs sont présentés aux sections suivantes.

#### 8.1 Conclusion

Bien que le transfert de chaleur entre le PCP et le milieu environnant soit gouverné par des phénomènes d'advection et de diffusion, il a été possible de simuler l'opération dynamique d'un système à PCP de manière précise. Les conclusions de chacun des travaux réalisés sont énumérées ci-dessous :

Les travaux concernant la modélisation par l'approche RCT ont permis de conclure que :

- La représentation du phénomène de transfert de chaleur au sein d'un système à PCP par un réseau de résistances et capacités thermiques permet de reproduire, à un coût moindre, des solutions de références obtenues par la méthode des éléments finis.
- L'usage de l'équation analytique de Theis permet de simuler efficacement l'écoulement induite de l'eau souterraine par l'activation de la saignée.

Les travaux concernant l'étude de l'influence d'une zone de fractures ont permis de conclure que :

- L'approche RCT peut également être utilisée pour modéliser le couplage entre les phénomènes thermiques et hydrauliques d'un système à PCP.
- La présence d'une zone de fractures améliore les performances thermiques du PCP uniquement lorsque la saignée est utilisée.
- L'effet de la zone de fractures sur la saignée est proportionnel à sa perméabilité.

Les travaux concernant la méthode des ondelettes de Haar ont permis de conclure que :

- Dans le cas d'un modèle linéaire, les systèmes d'EDO de grande taille tels que ceux générés par l'approche RCT peuvent être résolus plus rapidement avec la méthode développée qu'avec les méthodes implicites conventionnelles avec des gains de temps de calcul de 3 à 17 fois.
- Plus le système D'EDO est raide et de grande taille, plus les gains sont importants avec la méthode de Haar.

Finalement, les développements effectués dans le cadre de ce projet de recherche permettent de mieux simuler et, par conséquent, de dimensionner les systèmes à PCP de façon plus optimale. Ainsi, ces développements permettront de présenter la technologie des PCP sous un jour encore plus favorable.

## 8.2 Recommandations

Sur la base des conclusions présentées, les principales recommandations de cette étude sont les suivantes :

- Les modèles numériques développés dans le cadre de ce projet de recherche sont basés sur des hypothèses scientifiques réalistes et justifiables. Cependant, des travaux additionnels de validation expérimentale sont recommandés afin de confirmer la légitimité de l'approche proposée, notamment pour la modélisation de la zone de fractures comme une couche poreuse équivalente ainsi que l'écoulement dans le puits même.
- La méthode de Haar développée dans le cadre de ce projet de recherche permet de simuler les systèmes à PCP dans un cadre restreint. En effet, la méthode dans son état actuel permet de résoudre les systèmes linéaires uniquement. La méthode ne permet donc pas de simuler les systèmes ayant un contrôle de la saignée. Des travaux additionnels pour surmonter cette limitation sont recommandés.
- Dans le cadre de ce projet de recherche, le modèle développé n'a pas été utilisé pour des études comparatives avec d'autres types de systèmes géothermiques. Ainsi, il serait recommandé d'effectuer des travaux additionnels pour mieux évaluer les PCP par rapport aux échangeurs verticaux à boucles fermées.

## RÉFÉRENCES

- ABU-NADA, E., AKASH, B., AL-HINTI, I., AL-SARKHI, A., NIJMEH, S., IBRAHIM, A. et SHISHAN, A. (2008). Modeling of a geothermal standing column well. *International Journal of Energy Research*, 32, 306–317.
- ALAVY, M., NGUYEN, H. V., LEONG, W. H. et DWORKIN, S. B. (2013). A methodology and computerized approach for optimizing hybrid ground source heat pump system design. *Renewable Energy*, 57, 404–412.
- BANKS, D. (2008). *An Introduction to Thermogeology : Ground Source Heating and Cooling*. Blackwell Publishing Ltd.
- BAUER, D., HEIDEMANN, W. et DIERSCH, H.-J. (2011a). Transient 3D analysis of borehole heat exchanger modeling. *Geothermics*, 40, 250–260.
- BAUER, D., HEIDEMANN, W., MÜLLER-STEINHAGEN, H. et DIERSCH, H.-J. G. (2011b). Thermal resistance and capacity models for borehole heat exchangers. *International Journal of Energy Research*, 35, 312–320.
- BEAR, J. (1979). *Hydraulics of Groundwater*. McGraw-Hill, New York.
- BUJURKE, N. M., SALIMATH, C. S. et SHIRALASHETTI, S. C. (2008). Numerical solution of stiff systems from nonlinear dynamics using single-term haar wavelet series. *Nonlinear Dynamics*, 51, 595–605.
- CAROTENUTO, A., MASSAROTTI, N. et MAURO, A. (2012). A new methodology for numerical simulation of geothermal down-hole heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 48, 225–236.
- CARSLAW, H. S. et JAEGER, J. (1959). *Conduction of Heat in Solids*. Clarendon Press, Oxford.
- CASH, J. R. (2003). Review paper : Efficient numerical methods for the solution of stiff initial-value problems and differential algebraic equations. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 459, 797–815.
- CCEG (2012). État de l'industrie canadienne de la géothermie 2011. Analyse du marché et enquête de l'industrie. Rapport technique, Coalition canadienne de l'énergie géothermique.
- CHEN, C. F. et HSIAO, C. H. (1997). Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems. *Proceedings of Control Theory and Applications, IEE. IET*, vol. 144, 87–94.

- CHOI, H.-K., YOO, G.-J., LIM, K.-B., LEE, S.-H. et LEE, C.-H. (2012). Characteristic analysis of bleeding effect on standing column well (SCW) type geothermal heat exchanger. *Journal of Central South University*, 19, 3202–3207.
- CLAESSON, J. et JAVED, S. (2011). An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time-scales from minutes to decades. *ASHRAE Transactions*, 117, 279–288.
- CROTEAU, J. (2011). *Évaluation des paramètres influençant les températures d’opération des puits à colonne permanente*. Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal.
- CUTHILL, E. et MCKEE, J. (1969). Reducing the bandwidth of sparse symmetric matrices. *Proceedings of the 1969 24th national conference*. ACM, 157–172.
- DE CARLI, M., TONON, M., ZARRELLA, A. et ZECCHIN, R. (2010). A computational capacity resistance model (CaRM) for vertical ground-coupled heat exchangers. *Renewable Energy*, 35, 1537–1550.
- DENG, Z. (2004). *Modeling of standing column wells in ground source heat pump systems*. Thèse de doctorat, Oklahoma State University.
- DENG, Z., REES, S. et SPITLER, J. (2005). A model for annual simulation of standing column well ground heat exchangers. *HVAC&R Research*, 11, 637–655.
- DITTUS, F. W. et BOELTER, L. M. K. (1930). *Publications in Engineering, Vol. 2, p. 443*, vol. 2. University of California, Berkeley.
- ESKILSON, P. (1987). *Thermal Analysis of Heat Extraction Boreholes*. Thèse de doctorat, University of Lund, Department of Mathematical Physics.
- ESLAMI-NEJAD, P. et BERNIER, M. (2011). Coupling of geothermal heat pumps with thermal solar collectors using double U-tube boreholes with two independent circuits. *Applied Thermal Engineering*, 31, 3066–3077.
- ESLAMI-NEJAD, P. et BERNIER, M. (2012). Freezing of geothermal borehole surroundings : A numerical and experimental assessment with applications. *Applied Energy*, 98, 333–345.
- HARIHARAN, G. et KANNAN, K. (2013). An overview of Haar wavelet method for solving differential and integral equations. *World Applied Sciences Journal*, 23, 01–14.
- HSIAO, C. (2004). Haar wavelet approach to linear stiff systems. *Mathematics and Computers in Simulation*, 64, 561–567.
- HSIAO, C. et WANG, W. (1999). State analysis of time-varying singular nonlinear systems via Haar wavelets. *Mathematics and Computers in Simulation*, 51, 99–101.

- HSIAO, C. et WANG, W. (2001). Haar wavelet approach to nonlinear stiff systems. *Mathematics and Computers in Simulation*, 57, 347–353.
- INGERSOLL, L., ZOBEL, O. et INGERSOLL, A. (1954). *Heat conduction : with engineering, geological and other applications*. Madison University of Wisconsin Press.
- KELVIN, W., LARMOR, J. et JOULE, J. (1882). *Mathematical and physical papers*. Cambridge, University Press.
- KOENIG, A. et GOODHALL, J. (2010). Thermal measurement, analysis & interpretation of a pilot standing column well. *Proceedings of World Environmental and Water Resources Congress 2010 : Challenges of Change*. ASCE, 833–845.
- LEE, C. et LAM, H. (2008). Computer simulation of borehole ground heat exchangers for geothermal heat pump systems. *Renewable Energy*, 33, 1286–1296.
- LEE, K. S. (2011). Modeling on the performance of standing column wells during continuous operation under regional groundwater flow. *International Journal of Green Energy*, 8, 474–485.
- LEPIK, Ü. (2005). Numerical solution of differential equations using haar wavelets. *Mathematics and Computers in Simulation*, 68, 127–143.
- LEPIK, Ü. (2008). Solving integral and differential equations by the aid of non-uniform haar wavelets. *Applied Mathematics and Computation*, 198, 326–332.
- LEPIK, Ü. (2009). Haar wavelet method for solving stiff differential equations. *Mathematical Modelling and Analysis*, 14, 467–481.
- LEPIK, Ü. et HEIN, H. (2014). *Haar Wavelets : With Applications*. Springer Press, Switzerland.
- LIU, H., ZHANG, J., DIAO, N. et FANG, Z. (2009). Numerical study on heat transfer in a geothermal heat exchanger of an SCW system. *Proceedings of Power and Energy Engineering Conference*. APPEEC, Asia-Pacific, 1–4.
- MARCOTTE, D. et PASQUIER, P. (2008). Fast fluid and ground temperature computation for geothermal ground-loop heat exchanger systems. *Geothermics*, 37, 651–665.
- MARCOTTE, D., PASQUIER, P., SHERIFF, F. et BERNIER, M. (2010). The importance of axial effects for borehole design of geothermal heat-pump systems. *Renewable Energy*, 35, 763–770.
- MUSTAFA OMER, A. (2008). Ground-source heat pumps systems and applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12, 344–371.



- NAGANO, K., KATSURA, T. et TAKEDA, S. (2006). Development of a design and performance prediction tool for the ground source heat pump system. *Applied Thermal Engineering*, 26, 1578–1592.
- NG, B. M., UNDERWOOD, C. P. et WALKER, S. L. (2011). Standing column wells – modeling the potential for applications in geothermal heating and cooling. *HVAC&R Research*, 17, 1089–1100.
- NGUYEN, A. et PASQUIER, P. (2015). An adaptive segmentation haar wavelet method for solving thermal resistance and capacity models of ground heat exchangers. *soumis à Applied Thermal Engineering*.
- NGUYEN, A., PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2012). Multiphysics modelling of standing column well and implementation of heat pumps off-loading sequence. *Proceedings of 2012 COMSOL Conference*. Boston, USA.
- NGUYEN, A., PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2013). Development of an ODE model featuring a three level bleed control and an off-loading sequence for standing column wells. *Proceedings of 13th Conference of International Building Performance Simulation Association*. Chambéry, France, 26–28.
- NGUYEN, A., PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2015a). Borehole thermal energy storage systems under the influence of time-varying non-uniform groundwater temperature and groundwater flow. *soumis à Applied Thermal Engineering*.
- NGUYEN, A., PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2015b). Influence of groundwater flow in fractured aquifers on standing column wells performance. *soumis à Geothermics*.
- NGUYEN, A., PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2015c). Thermal resistance and capacity model for standing column wells operating under a bleed control. *Renewable Energy*, 76, 743–756.
- OLIVER, J. et BRAUD, H. (1981). Thermal exchange to Earth with concentric well pipes. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, 24(4), 906–910.
- O’NEILL, Z., SPITLER, J. et REES, S. (2006). Performance analysis of standing column well ground heat exchanger systems.pdf. *ASHRAE Transactions*, 112, 633–643.
- ORIO, C. (1994). Geothermal heat pumps and standing column wells. *Geothermal Resources Council TRANSACTIONS*, 18, 375–379.
- ORIO, C., JOHNSON, C. et POOR, P. (2006). Geothermal standing column wells : Ten years in a New England school. *ASHRAE Transactions*, 112(2), 57–64.
- ORIO, C., JOHNSON, C., REES, S., CHIASSON, A., DENG, Z. et SPITLER, J. (2005). A survey of standing column well installations in North America. *ASHRAE Transactions*, 111(2), 109–121.

- PAINULY, J. P. (2001). Barriers to renewable energy penetration ; a framework for analysis. *Renewable energy*, 24, 73–89.
- PARK, D., KWAK, D., KIM, K., PARK, S. et NA, S. (2010). Numerical simulation of standing column well. *Proceedings of World Geothermal Congress*. Bali, Indonesia.
- PASQUIER, P. (2015). Stochastic interpretation of thermal response test with TRT-SInterp. *Computers & Geosciences*, 75, 73–87.
- PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2012). Short-term simulation of ground heat exchanger with an improved TRCM. *Renewable Energy*, 46, 92–99.
- PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2013). Efficient computation of heat flux signals to ensure the reproduction of prescribed temperatures at several interacting heat sources. *Applied Thermal Engineering*, 59, 515–526.
- PASQUIER, P. et MARCOTTE, D. (2014). Joint use of quasi-3d response model and spectral method to simulate borehole heat exchanger. *Geothermics*, 51, 281–299.
- PASQUIER, P., MARCOTTE, D., BERNIER, M. et KUMMERT, M. (2013). Simulation of ground-coupled heat pump systems using a spectral approach. *Proceedings of 13th Conference of International Building Performance Simulation Association*.
- RAFFERTY, K. (1994). A capital cost comparison of commercial ground-source heat pump systems. *ASHRAE Transactions*, 101, 1095–1102.
- RAMESH, A. et SPITLER, J. (2012). A quasi-two-dimensional standing column well model for ground source heat pump systems. *Proceedings of Innostock 2012*. Lleida, Spain.
- REES, S., SPITLER, J., DENG, Z., ORIO, C., JOHNSON, C. ET AL. (2004). A study of geothermal heat pump and standing column well performance. *ASHRAE Transactions*, 110, 3–13.
- REES, S. J. et HE, M. (2013). A three-dimensional numerical model of borehole heat exchanger heat transfer and fluid flow. *Geothermics*, 46, 1–13.
- RETKOWSKI, W. et THÖMING, J. (2014). Thermoeconomic optimization of vertical ground-source heat pump systems through nonlinear integer programming. *Applied Energy*, 114, 492–503.
- RNCAN (2011). Évolution de l'efficacité énergétique au canada - de 1990 à 2009. Rapport technique, Ressources Naturelles Canada.
- ROBERT, F. et GOSSELIN, L. (2014). New methodology to design ground coupled heat pump systems based on total cost minimization. *Applied Thermal Engineering*, 62, 481–491.

- SANNER, B., KARYTSAS, C., MENDRINOS, D. et RYBACH, L. (2003). Current status of ground source heat pumps and underground thermal energy storage in Europe. *Geothermics*, 32, 579–588.
- SHAMPINE, L. et REICHELTL, M. W. (1997). The MATLAB ODE suite. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 18, 1–22.
- SINGHAL, B. et GUPTA, R. (2010). *Applied Hydrogeology of Fractured Rocks Second Edition*. Springer.
- SIRAJ-UL-ISLAM, AZIZ, I. et SARLER, B. (2010). The numerical solution of second-order boundary-value problems by collocation method with the haar wavelets. *Mathematical and Computer Modelling*, 52, 1577–1590.
- SPITLER, J., REES, S., DENG, Z., CHIASSON, A., ORIO, C. et JOHNSON, C. (2002). R&D studies applied to standing column well design, ashrae 1119-rp final report. Rapport technique, ASHRAE Atlanta.
- STOER, J. et BULIRSCH, R. (2002). *Introduction to Numerical Analysis, Third Edition*. Springer–Verlag, New York, New York.
- STOLLNITZ, E. J., DEROSE, T. D. et SALESIN, D. H. (1995). Wavelets for computer graphics : a primer. 1. *Computer Graphics and Applications, IEEE*, 15, 76–84.
- THE MATHWORKS INC. (2011). *Matlab version 7.12.0 (R2011a)*. Natick, Massachusetts.
- WANG, L., MA, Y. et MENG, Z. (2014). Haar wavelet method for solving fractional partial differential equations numerically. *Applied Mathematics and Computation*, 227, 66–76.
- WOODS, K. et ORTEGA, A. (2011). The thermal response of an infinite line of open loop wells for ground coupled heat pump systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54, 5574–5587.
- YANG, W., CHEN, Y., SHI, M. et SPITLER, J. D. (2013). Numerical investigation on the underground thermal imbalance of ground-coupled heat pump operated in cooling-dominated district. *Applied Thermal Engineering*, 58, 626–637.
- YAVUZTURK, C. et CHIASSON, A. (2002). Performance analysis of u-tube, concentric tube, and standing column well ground heat exchangers using a system simulation approach. *ASHRAE Transactions*, 108, 925–938.
- YUILL, G. et MIKLER, V. (1995). Analysis of the effect of induced groundwater flow on heat transfer from a vertical open-hole concentric-tube thermal well. *ASHRAE Transactions*, 101, 173–185.
- ZARRELLA, A., CAPOZZA, A. et DE CARLI, M. (2013). Performance analysis of short helical borehole heat exchangers via integrated modelling of a borefield and a heat pump : A case study. *Applied Thermal Engineering*, 61, 36–47.

ZARRELLA, A. et PASQUIER, P. (2015). Effect of axial heat transfer and atmospheric conditions on the energy performance of GSHP systems : A simulation-based analysis. *Applied Thermal Engineering*, 78, 591–604.

ZARRELLA, A., SCARPA, M. et DE CARLI, M. (2011). Short time step analysis of vertical ground-coupled heat exchangers : The approach of CaRM. *Renewable Energy*, 36, 2357–2367.